

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
LA MOLINA**

FACULTAD DE ECONOMÍA Y PLANIFICACIÓN



**“ESTIMACIÓN DEL MONTO DE SINIESTROS OCURRIDOS Y NO
REPORTADOS PARA EL SOAT CON EL MÉTODO DOUBLE
CHAIN LADDER”**

**TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL PARA OPTAR
TÍTULO DE INGENIERA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA**

**PRESENTADO POR
SANDRA ELENA ALARCÓN PIMENTEL**

LIMA – PERÚ

2021

**La UNALM es de titular de los derechos patrimoniales de la presente investigación
(Art.24- Reglamento de Propiedad Intelectual)**

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
LA MOLINA**



FACULTAD DE ECONOMÍA Y PLANIFICACIÓN

**“ESTIMACIÓN DEL MONTO DE SINIESTROS OCURRIDOS Y NO
REPORTADOS PARA EL SOAT CON EL MÉTODO DOUBLE
CHAIN LADDER”**

**PRESENTADO POR:
SANDRA ELENA ALARCÓN PIMENTEL**

**TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL PARA OPTAR EL
TÍTULO DE INGENIERA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA**

SUSTENTADO Y APROBADO ANTE EL SIGUIENTE JURADO:

Dr. Raphael Félix Valencia Chacón
PRESIDENTE

Dr. César Higinio Menacho Chiok
ASESOR

Mg. Sc. Ana Cecilia Vargas Paredes
MIEMBRO

Mg. Jesús Eduardo Gamboa Unsihuay
MIEMBRO

Lima – Perú

2021

DEDICATORIA

El presente trabajo investigativo lo dedico principalmente a Dios, por ser el inspirador y darme fuerza para continuar en este proceso de obtener uno de los anhelos más deseados.

A mis padres, por su amor, trabajo y sacrificio en todos estos años, gracias a ustedes he logrado llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy. Ha sido el orgullo y el privilegio de ser su hija, son los mejores padres.

AGRADECIMIENTO

Agradecer a Dios por bendecirme la vida, por guiarme a lo largo de mi existencia, ser el apoyo y fortaleza en aquellos momentos de dificultad y de debilidad. Gracias a mis padres por ser los principales promotores de mis sueños, por confiar y creer en mis expectativas, por los consejos, valores y principios que me han inculcado.

ÍNDICE DE GENERAL

I.	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Problemática.....	1
1.2	Objetivos	2
II.	MARCO TEÓRICO	2
2.1	El ciclo de vida de un siniestro	3
2.2	Métodos para calcular las IBNR.....	5
III.	MARCO METODOLÓGICO	6
3.1	El método Double Chain Ladder	6
3.3	Ejemplo práctico con R.....	12
IV.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	18
4.1	La compañía de seguros en estudio.....	18
4.2	Preparación de datos o recopilación de datos.....	19
4.3	Estimación de la provisión de pagos futuros con DCL	20
4.4	Comparación del método DCL con el CL.....	28
V.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	29
5.1	Conclusiones	29
5.2	Recomendaciones	30
VI.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	31
	ANEXOS	32

ÍNDICE DE TABLAS

Figura 1. Ciclo de vida de un siniestro	5
Figura 2. Métodos para calcular la IBNR.....	5
Figura 3. Provisiones IBNYR y RBNS.....	9
Figura 4. Parámetros del modelo DCL.....	9
Figura 5. Conjuntos donde se expanden las predicciones de las provisiones IBNYR y RBN. 11	
Figura 6. Comportamiento de parámetros - Ejemplo	16
Figura 7. Desarrollo de parámetro fila estimado	25
Figura 8. Desarrollo de parámetro columna estimado	25
Figura 9. Comportamiento de la severidad de la inflación.....	26
Figura 10. Comportamiento de probabilidades de retraso de siniestros SOAT.....	26
Figura 11. Comportamiento de las reservas de siniestros SOAT	28

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ciclo de vida de un siniestro	5
Figura 2. Métodos para calcular la IBNR	5
Figura 3. Provisiones IBNYR y RBNS	9
Figura 4. Parámetros del modelo DCL	9
Figura 5. Conjuntos donde se expanden las predicciones de las provisiones IBNYR y RBNS	11
Figura 6. Comportamiento de parámetros - Ejemplo	16
Figura 7. Desarrollo de parámetro fila estimado	25
Figura 8. Desarrollo de parámetro columna estimado	25
Figura 9. Comportamiento de la severidad de la inflación	26
Figura 10. Comportamiento de probabilidades de retraso de siniestros SOAT	26
Figura 11. Comportamiento de las reservas de siniestros SOAT	28

RESUMEN

El sector asegurador peruano es supervisado en todo momento por la Superintendencia de Banca y Seguros – SBS. Esta entidad vigila y evalúa el comportamiento, prácticas e información relacionada a las aseguradoras con el objetivo de fomentar la rentabilidad, transparencia y una mayor protección de asegurados y beneficiarios. Para lograrlo las aseguradoras deben manejar métodos de estimación de provisiones (reservas) técnicas que contengan fundamentos estadísticos y que los resultados obtenidos sean lo más certero posible. En esta monografía, se presenta la metodología y la aplicación del método estocástico Double Chain Ladder - DCL para el Seguro Obligatorio de Accidentes de Tránsito – SOAT, siendo este tipo de método el más ventajoso para la estimación de pagos futuros de siniestros. Los resultados con la metodología DCL para estimación de la provisión de pagos futuros de los accidentes en el SOAT para la empresa aseguradora, se obtuvieron valores estimados para las reservas de siniestros ocurridos (RBNS) de S/. 293,206 y para las reservas de siniestros ocurridos y no reportados (IBNYR) de S/. 48,826 y para el total de las reservas IBNR en S/. 342,033. En comparación, con el método Double Chain Ladder se obtuvo una reserva de S/. 342,033 menor que con el método Chain Ladder S/349,117. En la repartición de los siniestros, el 90% es de las reservas son RBNS y un 10% de las IBNYR, lo que implica que la gran mayoría de siniestros ya han sido notificados a la compañía, pero hay un retraso en la liquidación.

ABSTRAC

The Peruvian insurance sector is supervised at all times by the Superintendency of Banking and Insurance - SBS. This entity monitors and evaluates the behavior, practices and information related to insurers in order to promote profitability, transparency and greater protection of policyholders and beneficiaries. To achieve this, insurers must use methods for estimating technical provisions (reserves) that contain statistical foundations and that the results obtained are as accurate as possible. In this monograph, the methodology and application of the Stochastic Double Chain Ladder - DCL method for Compulsory Traffic Accident Insurance - SOAT is presented, this type of method being the most advantageous for estimating future claims payments. The results with the DCL methodology for estimating the provision of future payments of accidents in the SOAT for the insurance company, were obtained estimated values for the reserves of incurred claims (RBNS) of S / . 293,206 and for reserves of incurred and unreported claims (IBNYR) of S / . 48,826 and for the total of IBNR reserves in S / . 342.033. In comparison, with the Double Chain Ladder method, a reserve of S / . 342,033 less than with the Chain Ladder method S / 349,117. In the distribution of claims, 90% of the reserves are RBNS and 10% of the IBNYR, which implies that the vast majority of claims have already been notified to the company, but there is a delay in settl

I. INTRODUCCIÓN

En el Perú la entidad que regula a las empresas de seguros es la Superintendencia de Banca y Seguros (SBS), con el objetivo de supervisar la transparencia, la veracidad, la calidad de la información, la estabilidad y la solvencia de las compañías de seguros. Las empresas aseguradoras están obligadas por la SBS de contar con una reserva de dinero para enfrentar las posibles obligaciones (siniestros), que puedan presentarse durante el tiempo de contratación del seguro, también llamado provisiones técnicas.

1.1 Problemática

La solvencia en una compañía de seguros es trascendental, aquí se analiza el balance general de los activos (derechos) y pasivos (obligaciones) de la empresa, dentro de estas obligaciones se debe estimar las provisiones (reservas) técnicas de siniestros, siendo uno de los elementos que ocasiona en algunos casos problemas graves de insolvencia dado que la incertidumbre es una de sus características principales. La función de estimación recae en los analistas actuariales, ellos utilizan metodologías clásicas que en su mayoría mecanizan el proceso de estimar provisiones técnicas, con el objetivo de obtener la reserva suficiente que permita hacer frente a los posibles futuros pagos de siniestros ocurridos a la fecha de cierre de la información financiera. En ese sentido, en este proyecto se pretende mejorar el cálculo de las provisiones (reservas) técnicas y plantear la estimación más precisa posible proponiendo métodos estocásticos que corrijan las deficiencias que afrontan las aseguradoras y, así, justificar estadísticamente la metodología de cálculo del nivel de reservas.

Una de las reserva o provisiones técnicas más importantes es la Reserva de Siniestros Ocurridos y no Reportados (IBNR), que es la reserva que deben tener las aseguradoras para hacer frente al pago de las indemnizaciones (siniestros) que aun habiendo ocurrido no han sido todavía comunicadas por el asegurado y deben ser cubiertas posteriormente. Actualmente, en los cálculos de la reserva IBNR de seguros de No Vida, como SOAT, se dispone de diferentes métodos estadísticos el que más se aplica en las compañías de seguros es el conocido método Chain Ladder (CL). Sin embargo, está metodología no recoge todas

las particularidades de la reserva de siniestros ocurridos y no reportados - IBNR de SOAT; por tal motivo se propone el método Double Chain Ladder (DCL), el cual se basa en el clásico modelo CL, que permite además diferenciar entre dos tipos de reservas en función del tipo de siniestro. El método DCL a comparación del CL clásico tiene varía en los pagos de siniestros y la frecuencia del número de siniestros, al incluir la frecuencia de siniestros permite al modelo que la estimación sea más ajustada a los pagos.

1.2 Objetivos

Objetivo general

Estimar el monto del siniestro ocurrido y no reportado en el SOAT con la finalidad de provisionar pagos futuros de los accidentados mediante la metodología Double Chain Ladder.

Objetivos específicos

1. Presentar el método Double Chain Ladder para la provisión de los pagos futuros de los accidentados para la empresa de seguros
2. Estimar con el método Double Chain Ladder la provisión de la reserva de los siniestros ocurridos y no reportados para los pagos futuros de los accidentados en el SOAT.
3. Comparar el método Double Chain Ladder con el Chain Ladder.

II. MARCO TEÓRICO

La definición de siniestro más sencilla es la de (Guardiola, Manual de introducción al seguro, 1990) donde lo describe como “la manifestación concreta del riesgo asegurado, que produce unos daños garantizados en la póliza hasta determinada cuantía. Se trata, pues, de un acontecimiento que, por causar unos daños concretos previstos en la póliza, motiva la aparición del principio indemnizatorio, obligando a la entidad aseguradora a satisfacer, total o parcialmente, al asegurado o a sus beneficiarios, el capital garantizado en el contrato”

2.1 El ciclo de vida de un siniestro

El ciclo de vida o flujo del siniestro, permite hacer el seguimiento de las diferentes estados o fases que se encuentra un siniestro por parte de una empresa aseguradora. Se inicia con la ocurrencia de un siniestro y finaliza en el pago al beneficiario o asegurado. El ciclo de vida de un siniestro comprende cuatro estados.

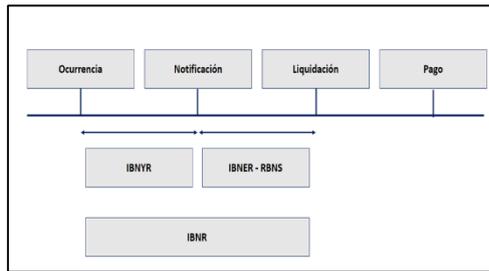
- **Ocurrencia.** Es el estado inicial de un siniestro donde se indica la hora y fecha de la ocurrencia del accidente.
- **Notificación.** A la ocurrencia del siniestro este es informado a la compañía de seguros y se toma conocimiento del mismo al registrarlo en un expediente. El centro de salud donde se ha trasladado a los accidentados es el responsable de notificar a la aseguradora.
- **Liquidación.** El fin de esta fase es determinar la indemnización monetaria a pagar por la compañía de seguros y a su vez evaluar si al siniestro le corresponde la cobertura del seguro.
- **Pago.** Es el pago abonado para indemnizar los daños causados por el siniestro. El monto de la indemnización dependerá del tipo de accidente ocurrido y/o gastos incurridos en la atención en el centro de salud.

Debido a la naturaleza del producto SOAT algunos siniestros no siguen estrictamente estas fases, por lo que el siniestro puede estar en una situación o estado “pendiente” de declaración, de liquidación o de pago. Estas situaciones originan algunos retrasos en el proceso de la constitución de reservas de seguros, dando lugar a dos tipos de reservas: reserva de siniestros ocurridos aún no reportados (IBNYR- Incurred But Not Yet Reported) y la reserva de siniestros ocurridos y no suficientemente reportados (RBNS- Reported But Not Settled). A su vez las IBNYR y RBNS forman la reserva de siniestros ocurridos y no reportados (IBNR- Incurred But Not Reported). La IBNR es la provisión (reserva) técnica de los siniestros ocurridos y no reportados que las empresas de seguros deben guardar como un respaldo económico. Según la Superintendencia de Banca y Seguros, la IBNR se define como a aquellos siniestros ocurridos pero que no han sido reportados o reclamados a la fecha de evaluación. (SBS, 2013).

- a) Reserva de los siniestros ocurridos aún no reportados (IBNYR): corresponde a la estimación del monto total pendiente por siniestros ocurridos que a la fecha de evaluación no han sido reportados
- b) Reserva de los siniestros ocurridos y no suficientemente reportados (IBNER o RBNS): corresponde a la estimación de siniestros que no han sido comunicados correctamente, siendo siniestros conocidos que superan la reserva inicial por ello no han sido liquidados, (el siniestro liquidado es la situación del siniestro donde se conoce el monto final que se pagará al beneficiario), y que se encuentran incluidos en la Reserva de siniestros reportados, pero no liquidados (RBNS)

La Figura 1 muestra el ciclo de vida de un siniestro que se origina con la ocurrencia del mismo, es aquí el punto inicial donde nace el siniestro, es decir, ocurre el accidente vehicular que trae como consecuencia a personas lesionadas o accidentadas, este estado es denominado “ocurrencia” donde se manifiesta la fecha y hora del evento. Una vez que los accidentados han sido recibidos y registrados en el centro de salud, previa recopilación de información de todos los involucrados en el accidente, este avisará y notificará al representante de la aseguradora del vehículo implicado en el siniestro, a partir que la compañía aseguradora tomo conocimiento del siniestro este pasará a un estado de “notificación”. En el siguiente estado se evalúa, analiza y valoriza el siniestro fijando un monto indemnizatorio dependiendo de la cobertura afectada del SOAT, este estado es llamado “liquidación”. Finalmente, cuando los beneficiarios, ya sean personas naturales o jurídicas, perciben la indemnización por parte de la compañía aseguradora el estado del siniestro es denominado como “pago”. Entre los estados de “ocurrencia” y “notificación” de un siniestro, se constituye la reserva IBNYR - reserva de siniestros ocurridos aún no reportados, y entre los estados de “notificación” y “liquidación” es posible que se origine la reserva IBNER o RBNS, que pueden ser siniestros que han sido notificados pero que por diversos motivos no se reportaron totalmente y por ello no se tiene el monto real y final a indemnizar. Estas dos reservas antes mencionadas en conjunto suman la reserva IBNR.

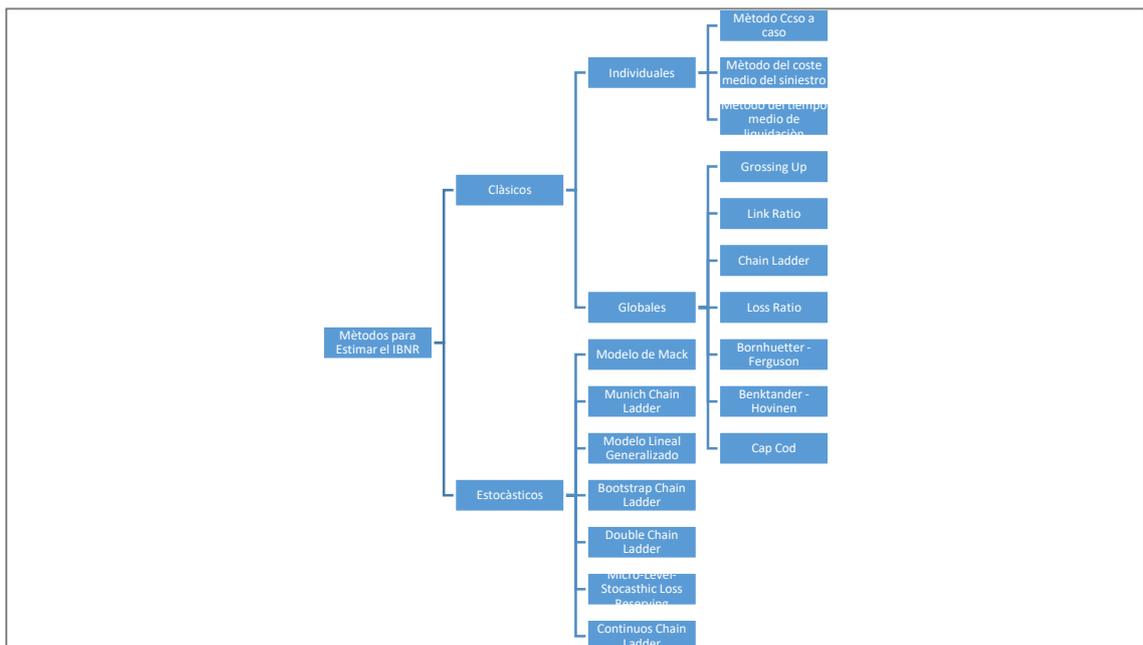
Figura 1. Ciclo de vida de un siniestro



2.2 Métodos para calcular las IBNR

Para el cálculo de la reserva IBNR existen métodos mecánicos o clásicos y métodos estocásticos. Dentro de los métodos clásicos se encuentra dividido en métodos individuales como Caso a caso, Coste medio del siniestro y Tiempo medio de liquidación y globales como Chain Ladder, Link Ratio, Grossin Up, Loss Ratio, Bornhuetter Ferguson, Benktander – Hovinen y Cap cod basándose en el supuesto que se mantiene constante la proporción de siniestros que se reportan de un periodo de desarrollo a otro, independiente del periodo de origen del siniestro, sin utilizar supuestos probabilísticos para la obtención de la reserva. Así mismo, en los métodos estocásticos se presenta un patrón de variabilidad obteniendo la distribución estadística de la estimación de la reserva, entre ellas se encuentra el Double Chain Ladder, modelo lineal generalizado, Munich chain Ladder, bootstrap Chain Ladder, Modelo de Marck. En la Figura 2, se muestra la clasificación de los métodos agrupados por clásicos y estocásticos.

Figura 2. Métodos para calcular la IBNR



Fuente: Tesis Métodos para la Estimación de Provisiones Técnicas de Seguros de No Vida

En la investigación de (Jurado, 2015), se revisa los métodos más importantes existentes para la reserva IBNR realizando una diferencia entre los métodos clásicos y estocásticos. Este documento sirve de guía y comparativa en el empleo de los métodos de estimación de provisiones técnicas en el mercado asegurador español a través de la herramienta estadística R; presentado a través de sus aplicaciones las ventajas y particularidades de cada método, teniendo dentro de sus propuestas la metodología DCL, concluyendo que dentro de todas las metodologías estocásticas la más adecuada y la que presenta menor error típico es el DCL.

(Gallego, 2018), “en su investigación profundiza en la metodología DCL y el uso de R en el proceso de estimación. Además, refiriéndose que el método proporciona un mejor enfoque para calcular las reservas, ya que se basa en cantidades que tienen una interpretación real en el contexto de los datos del seguro dado que se tiene en cuenta la inflación en los pagos”.

En (Gonzalez, 2015), se aplicó la metodología DCL para los seguros de No Vida, se calculó las provisiones (reservas) técnicas bajo una perspectiva estadística donde los componentes estocásticos incluidos en el problema de predicción sean objeto de modelización. En la aplicación del DCL se muestran resultados muy cercanos a los arrojados con la metodología CL, pero teniendo una visión y respaldo estadístico, lo que ayuda a los requerimientos impuestos por las entidades reguladoras a nivel mundial, que poco a poco se están promoviendo en el Perú.

III. MARCO METODOLÓGICO

3.1 El método Double Chain Ladder

Double Chain Ladder (DCL) es el clásico Chain Ladder incluyendo métodos estocásticos para la estimación de las provisiones técnicas de seguros de no vida. Este modelo fue propuesto por (Miranda M. D., 2012) aquí se define una estimación de los parámetros del modelo, basados en el modelo Chain Ladder. El método es aplicado dos veces tanto como al triángulo de frecuencias como al triángulo de pagos. Para aplicar el método DCL, se debe considerar los siguientes pasos:

Paso 1. Construcción de Triángulos

En ese ámbito tradicionalmente, los datos son ubicados en una estructura de triángulo de siniestros (“run-off triangle”). El triángulo de siniestros es una tabla de dos por dos, que contiene datos relacionados a la mayoría de líneas de negocio de las compañías de seguro. Aquí si los siniestros son menos antiguos se reduce la información; obteniéndose en la tabla una forma de triángulo. En el DCL se utiliza información que proviene de dos triángulos:

- **Triangulo de frecuencias de siniestros:** Es una tabla de doble entrada donde se usa para registrar $N_{i,j}$, que representa el número de reclamaciones de siniestros ocurridos en un mes i y que han sido notificados en el mes $i+j$; es decir, con j periodos de retraso desde el mes i . Dónde: $N_m = N_{i,j}; \{i = 1,2,\dots,m, j = 0,1,\dots,m-1; i+j \leq m\}$

Tabla 1. Triángulo de frecuencia de siniestros

		Notificado en						
		0	1	2	.	.	.	m-1
Mes de Origen	1	$N_{1,0}$	$N_{1,1}$	$N_{1,2}$				$N_{1,m-1}$
	2	$N_{2,0}$	$N_{2,1}$	$N_{2,2}$				
	3	$N_{3,0}$	$N_{3,1}$					
	.							
	.							
	.							
	m	$N_{m,0}$						

$N_{i,j}$: Cantidad de siniestros notificados que hayan ocurrido en el mes i y notificado en el mes $i+j$

i : Número de mes donde ocurrió el siniestro

j : Numero de meses de retraso donde se reportó el siniestro contado a partir del mes donde ocurrió

- **Triangulo de Pagos:** Es una tabla de doble entrada donde se usa para registrar $X_{i,j}$, que representa el monto en soles de reclamaciones de siniestros ocurridos en un mes i y que han sido liquidados en el mes $i+j$; es decir, con j periodos de retraso desde el mes i . Dónde: $X_{i,j}; \{i = 1,2,\dots,m, j = 0,1,\dots,m-1; i+j \leq m\}$

Tabla 2. Triángulo de pagos

	Pagado en - (unidades monetarias)							
	0	1	2	.	.	.	m-1	
Mes de Origen	1	X _{1,0}	X _{1,1}	N _{1,2}				X _{1,m-1}
	2	X _{2,0}	X _{2,1}	X _{2,2}				
	3	X _{3,0}	X _{3,1}					
	.							
	.							
	.							
	m	X _{m,0}						

X_{i,j}: es el pago total de siniestros notificados que hayan ocurrido en el mes i y liquidados en el mes i+ j

i: Número de mes donde ocurrió el siniestro

j: Numero de meses de retraso donde se liquidó el siniestro contado a partir del mes donde ocurrió

Paso 2. Constitución del modelo DCL

El modelo describe las principales componentes estocásticas subyacente en el problema de predicción de las reservas. Para ello se formulan las siguientes hipótesis:

- Las frecuencias de notificación N_{ij} son variables aleatorias independientes que se distribuyen según una Poisson con media:

$$E[N_{i,j}] = \alpha_i \beta_j \quad \dots (1)$$

donde: $\sum_{j=0}^{m-1} \beta_j = 1$

- El retraso en el pago desde la notificación (retraso RBNS) son variables aleatorias que se distribuyen según una multinomial con probabilidades $\pi_l, l = 0,1,\dots,m-1$

$$(N_{i,j,0}^{paid}, \dots, N_{i,j,d}^{paid}) \rightarrow Multinomial (N_{i,j}; \pi_0, \dots, \pi_d)$$

; donde $\pi = (\pi_0, \dots, \pi_d)$ corresponde a las probabilidades de retraso, tal que: $0 < \pi_l < 1$ y $\sum_{l=0}^d \pi_l = 1$

- Los pagos individuales asociados a los siniestros originados en el año i son mutuamente independientes y se denomina como una función de severidad que solo depende del año donde ocurre el siniestro. Estos pagos tienen una distribución con media

$$\mu_i = \mu \gamma_i \quad \dots (2)$$

y varianza

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 \gamma_i^2 \quad \dots (3)$$

γ_i son parámetros de la inflación del año de origen, mientras que μ y σ^2 son los factores en la media y la varianza de pagos comunes de todos los siniestros.

- Existe independencia entre los pagos individuales y las frecuencias de notificación (retraso IBNYR) y del retraso RBNS.

Los retrasos IBNYR y RBNS se ilustran en la Figura 3. El modelo DCL se representa en la Figura 4 donde la interpretación de los parámetros sigue así:

- α_i : “es el parámetro fila Chain Ladder asociado al triángulo de frecuencias y se interpreta como el número total de reclamaciones notificadas originadas en el año i ”. (Gallego C. A., 2018)
- β_j : “representa el parámetro relacionado al triángulo de frecuencias y se interpreta como la proporción de reclamaciones que se notifican con j años de retraso desde que han ocurrido (desde el año del accidente)”. (Gallego C. A., 2018)
- π_l : “son parámetros asociados al retraso en el pago desde la notificación”. (Gallego C. A., 2018)
- γ_i : “representa la inflación en los pagos asociados a reclamaciones originadas en el año i ”. (Gallego C. A., 2018)
- $\gamma_i \mu$: “representa la media de cada pago individual, no agregada, correspondiente a reclamaciones originadas en el año i ” (Gallego C. A., 2018). Por tanto, μ es el factor media común a todos los pagos, eliminando la inflación anual.

Figura 3. Provisiones IBNYR y RBNS

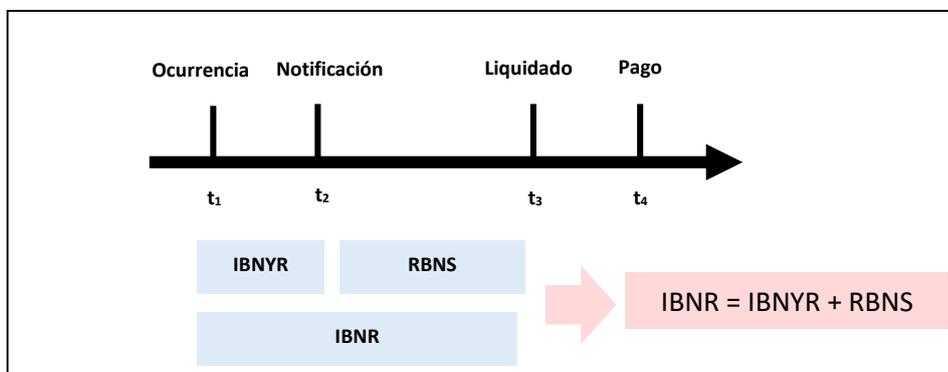
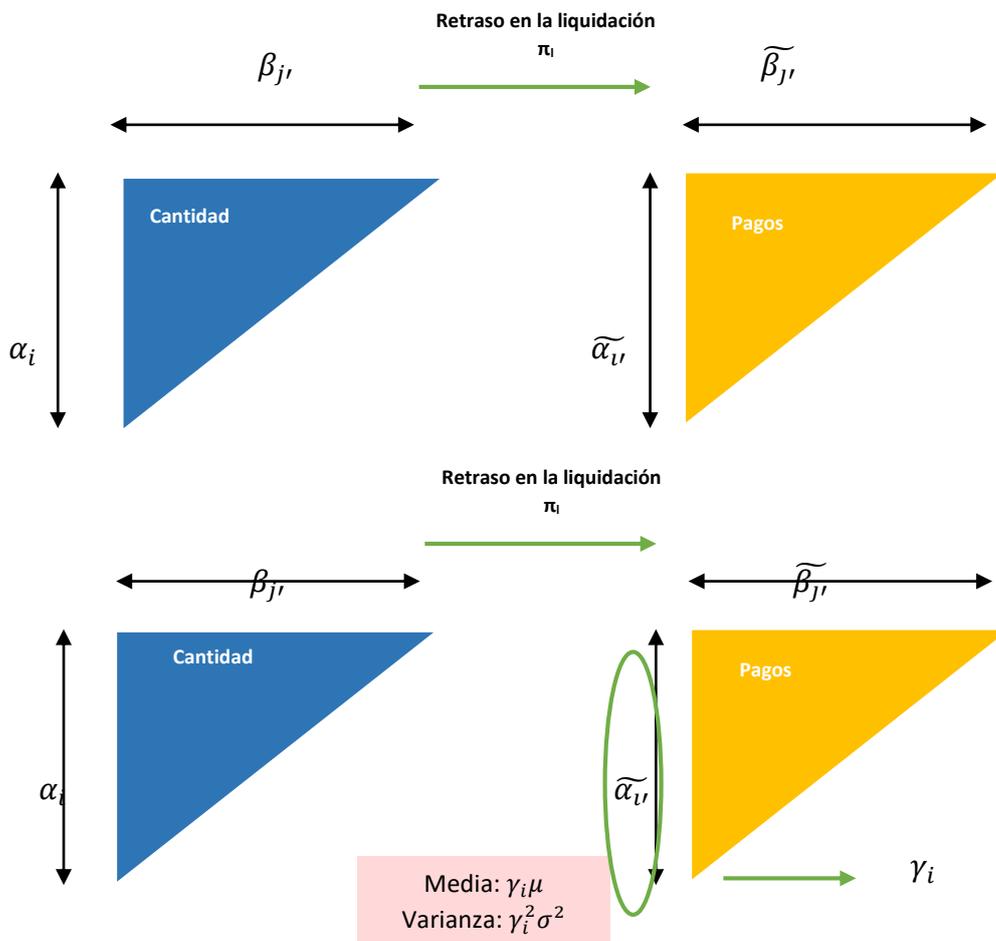


Figura 4. Parámetros del modelo DCL



Paso 3. Determinación de los parámetros

En el proceso de estimación con el método DCL se propone un método práctico basado en el algoritmo CL. Con esto se admite que las variables del triángulo de pagos X_{ij} tienen una distribución Poisson con media

$$E[X_{ij}] = \tilde{\alpha}_i \tilde{\beta}_j \quad \dots (4)$$

donde $\tilde{\alpha}_i$ indica el efecto del año de ocurrencia del siniestro en los pagos (efecto fila), $\tilde{\beta}_j$ indica la demora en el pago desde la notificación (efecto columna). Los parámetros antes mencionados se calculan con el algoritmo Chain Ladder al triángulo de pagos. Y así se estiman los parámetros α_i y β_j para el triángulo de frecuencias.

Se aplica el algoritmo CL al triángulo de pagos y al de frecuencias, es por ello del nombre Double Chain Ladder, y se estiman los parámetros faltantes del modelo DCL considerando que la inflación es 1 en el año 1.

$$\tilde{\alpha}_l = \alpha_l \gamma_l \mu \quad \dots (5)$$

$$\tilde{\beta}_j = \sum_{l=0}^j \beta_{j-l} \pi_l \quad \dots (6)$$

Paso 4. Estimación de las reservas técnicas de siniestros (IBNR):

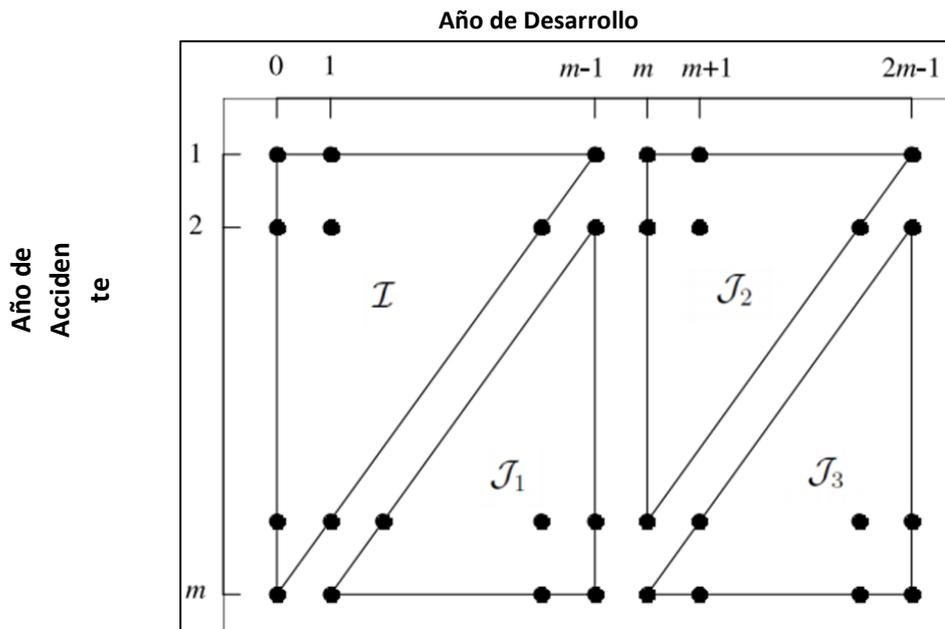
A partir del cálculo de los parámetros del modelo DCL se hallan las reservas diferenciando entre el IBNYR y RBNS. La unión de las dos dará como resultado a la reserva total. Para empezar con el cálculo de la RBNS se utiliza la expresión de la media de los pagos agregados condicional a las frecuencias de notificación, bajo el modelo DCL, dada por:

$$E[X_{i,j}/\mathfrak{N}_m] = \sum_{l=0}^j N_{i,j-l} \tilde{\pi}_l \tilde{\mu}_l \gamma_l = \sum_{l=0}^j N_{i,j-l} \pi_l \mu \gamma_l \quad \dots (7)$$

Sin embargo, la reserva IBNR se origina de reclamaciones notificadas en el futuro es por ello que es necesario utilizar la media incondicional que surge de la siguiente expresión:

$$E[X_{ij}] = \alpha_i \mu \gamma_i \sum_{l=0}^j \beta_{j-l} \pi_l \quad \dots (8)$$

Figura 5. Conjuntos donde se expanden las predicciones de las provisiones IBNYR y RBNS



$$J1 = \{i = 2, \dots, m; j = 0, \dots, m-1; i+j = m+1, \dots, 2m-1\}$$

$$J2 = \{i = 1, \dots, m; j = m, \dots, 2m-1; i+j = m+1, \dots, 2m-1\}$$

$$J3 = \{i = 2, \dots, m; j = m, \dots, 2m-1; i+j = 3m, \dots, 3m-2\}$$

El modelo CL brinda las predicciones indicadas en el triángulo J1, J2 con J3 son proporcionados por el modelo DCL, lo que representa la reserva RBNS y cuya predicción se calcula como sigue:

$$\widehat{X}_{i,j}^{RBNS} = \sum_{l=i-m+j}^{\min(j,d)} N_{i,j-l} \widehat{\pi}_l \widehat{\mu}_l \widehat{\gamma}_i; (i,j) \in J_1 \cup J_2 \dots (9)$$

Donde: $\widehat{N}_{i,j} = \widehat{\alpha}_i \widehat{\beta}_j$

Las reservas IBNYR como:

$$\widehat{X}_{i,j}^{IBNYR} = \sum_{l=0}^{\min(i-m+j-1,d)} N_{i,j-l} \widehat{\pi}_l \widehat{\mu}_l \widehat{\gamma}_i; (i,j) \dots (10)$$

3.3 Ejemplo práctico con R

A medida de ejemplo se tomo información del artículo de (Taylor, 2016) “donde hace referencia al historial de reclamaciones del 31 de diciembre de 1997 respecto a los 10 años de accidentes desde el año 1988 hasta el 1997”. El seguro utilizado en la aplicación de DCL es el vehicular, donde incorpora la información de todos los siniestros (accidentes) relacionados a este riesgo durante el periodo analizado.

Paso 1. Construcción de Triángulos.

Se construye el triángulo de frecuencia de siniestros (Tabla 3), que muestra la cantidad de siniestros ocurridos para los años 1998 al 2007 y por año de demora de notificación del siniestro. Así, se puede indicar que en el año 1998 ocurrieron 6364 siniestros con un retraso de 1 año contado a partir del año 1998. Y en el cuadro N°4 se construye el triángulo de pagos, que muestra las cantidades monetarias de los siniestros ocurridos para los años 1998 al 2007

y por año de demora de pago del siniestro. Así, se puede indicar que con un retraso de cero años se pagó S/. 30,515 de siniestros ocurridos en 1998.

- **Triángulo de frecuencias de siniestros**

Tabla 3. Triángulo de frecuencias de siniestros vehiculares - Ejemplo

Año Origen	Años de demora en notificar									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 1998	"38217"	"6364"	"673"	"183"	"92"	"45"	"12"	"12"	"7"	"8"
2 1999	"42362"	"6986"	"627"	"225"	"82"	"32"	"31"	"20"	"23"	0
3 2000	"53186"	"4554"	"683"	"216"	"75"	"52"	"28"	"30"	0	0
4 2001	"49899"	"4337"	"360"	"128"	"58"	"42"	"29"	0	0	0
5 2002	"45517"	"3829"	"358"	"113"	"55"	"21"	0	0	0	0
6 2003	"35630"	"2964"	"281"	"141"	"59"	0	0	0	0	0
7 2004	"29286"	"2660"	"297"	"131"	0	0	0	0	0	0
8 2005	"27468"	"2400"	"314"	0	0	0	0	0	0	0
9 2006	"24791"	"1946"	0	0	0	0	0	0	0	0
10 2007	"23925"	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$N_{i,j}$: Es el número de siniestros que han ocurrido en el año "i" y que han sido notificados en el año "i+j", es decir, con "j" periodos de retraso desde el año i.

Dónde: $\mathcal{N}_m = N_{i,j} : \{i = 1,2,\dots,10, j = 0,1,\dots,9; i+j \leq 10\}$

- **Triángulo de Pagos**

Tabla 4. Triángulo de pagos de siniestros vehiculares – Ejemplo

Año Origen	Años de demora en pagar									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 1998	"30515"	"38802"	"22027"	"14027"	"8984"	"4990"	"3034"	"2230"	"1173"	"817"
2 1999	"39708"	"45440"	"23634"	"15867"	"8236"	"6422"	"4398"	"2311"	"1896"	0
3 2000	"46048"	"49806"	"28397"	"16800"	"9427"	"6885"	"3937"	"2731"	0	0
4 2001	"48445"	"42578"	"25783"	"18192"	"10272"	"5330"	"3832"	0	0	0
5 2002	"41470"	"40719"	"21793"	"12222"	"7492"	"5412"	0	0	0	0
6 2003	"34998"	"27593"	"14256"	"8414"	"4734"	0	0	0	0	0
7 2004	"25756"	"24086"	"11352"	"5085"	0	0	0	0	0	0
8 2005	"23079"	"21427"	"10770"	0	0	0	0	0	0	0
9 2006	"20902"	"18046"	0	0	0	0	0	0	0	0
10 2007	"19712"	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$X_{i,j}$, que representa las cantidades monetarias de reclamaciones de siniestros notificados y que han ocurrido en un año i y que han sido liquidados en el año $i+j$; es decir, con j periodos de retraso desde el año i .

Dónde: $X_{i,j}$: $\{i = 1,2,\dots,10, j = 0,1,\dots,9; i+j \leq 10\}$

Paso 2. Constitución del modelo DCL

- Las frecuencias de siniestros notificados N_{ij} siendo variables aleatorias independientes se distribuyen con una Poisson con media:

$$E[N_{1,1}] = \alpha_1\beta_1 ; E[N_{2,2}] = \alpha_2\beta_2; \dots E[N_{10,10}] = \alpha_{10}\beta_{10};$$

donde: $\sum_{j=0}^{10-1} \beta_j = 1$

- El retraso en el pago desde la notificación (retraso RBNS) son variables aleatorias que se distribuyen según una multinomial con probabilidades $\pi_l, l = 0,1,\dots,9$

$$(N_{1,1,0}^{paid}, \dots, N_{10,10,9}^{paid}) \rightarrow Multinomial(N_{i,j}; \pi_0, \dots, \pi_9)$$

; donde $\pi = (\pi_0, \dots, \pi_9)$ corresponde a las probabilidades de retraso, tal que: $0 < \pi_l < 1$ y $\sum_{l=0}^9 \pi_l = 1$

- Los pagos de siniestros notificados originados en el año i son mutuamente independiente siendo una función (severity) que depende del año donde se origina el siniestro. Estos pagos se distribuyen con media

$$\mu\gamma_i = \mu_i$$

y varianza

$$\sigma^2\gamma_i^2 = \sigma_i^2.$$

γ_i son parámetros que definen inflación asociada al año de origen, μ y σ^2 son los factores en la media y la varianza de pagos comunes a todas las reclamaciones.

Paso 3. Determinación de parámetros

Tabla 5. Determinación de parámetros del modelo DCL - Ejemplo

Año Origen	α_i	β_j	α_i (estimado)	β_j (estimado)	π_l (estimado)	γ_i	μ_i	σ_i^2
1	45,613.00	0.89	126,599.00	0.29	0.33	1.00	2.7755	393.34
2	50,396.84	0.09	148,872.74	0.29	0.29	1.06	2.9540	445.55
3	58,852.71	0.01	166,968.70	0.16	0.14	1.02	2.8371	411.00
4	54,901.76	0.00	159,872.53	0.10	0.09	1.05	2.9121	433.00
5	49,961.19	0.00	137,242.09	0.06	0.05	0.99	2.7469	385.28
6	39,157.39	0.00	99,831.79	0.04	0.04	0.92	2.5496	331.91
7	32,488.12	0.00	78,630.46	0.03	0.02	0.87	2.4202	299.09
8	30,393.05	0.00	74,273.83	0.02	0.01	0.88	2.4438	304.95
9	27,195.95	0.00	66,580.11	0.01	0.01	0.88	2.4483	306.06
10	26,867.93	0.00	67,131.10	0.01	0.01	0.90	2.4985	318.75

- α_i (fila) es el parámetro del triángulo de frecuencias que se define como el número total de siniestros notificados y ocurridos en el año i . Por ejemplo, el parámetro $\alpha_1 = 45.613$ es la suma de todos los siniestros que hacen referencia al año 1988.
- " β_j (columna), es otro parámetro columna asociado al triángulo de frecuencias, representa la proporción de reclamaciones que se notifican con j años de retraso desde el año del accidente" (Gallego C. A., 2018). Como se puede apreciar en la tabla, casi un 90% de las reclamaciones se reportan en el mismo año del accidente, $\beta_1 = 0,8904$.
- "Para el caso del triángulo de pagos de reclamaciones también se obtiene los parámetros $\tilde{\alpha}_i$ y $\tilde{\beta}_j$. En el caso $\tilde{\alpha}_i$, hace referencia al total de pagos originados desde el año i ." (Gallego C. A., 2018)
- "En el caso para $\tilde{\beta}_j$, nos indica la proporción de la cantidad de pagos que se liquidan con j años de retraso desde el año del accidente. En cambio, el parámetro β_j , su distribución esta mucha más distribuida en los años iniciales lo que indica que la compañía no paga siempre el siniestro en el mismo año de ocurrencia, sino que se suele retrasar en el pago". (Gallego C. A., 2018)
- "Los parámetros de retraso, que se calculan a partir de resolver el sistema de ecuaciones lineal usando las β_j y $\tilde{\beta}_j$, nos indican el retraso del pago desde la notificación del siniestro". (Gallego C. A., 2018) Existe una probabilidad de 5% de retraso en los primeros 5 años y después de ello los siguientes años el porcentaje es casi nulo.
- Por último, el parámetro inflación γ_i representa la inflación en los pagos asociados a reclamaciones originadas en el año i . Para el primer año $\gamma_1 = 1$.
- La media del modelo DCL es de 2,7755, y se obtiene de la siguiente manera:

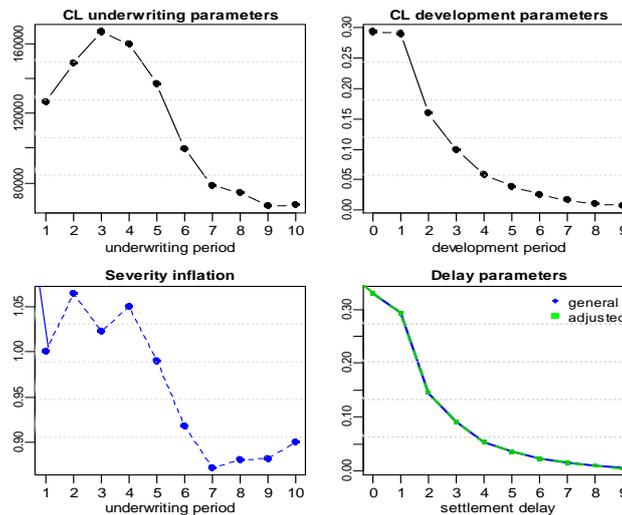
$$\mu = \tilde{\alpha}1 / \alpha1 = 126,599 / 45,613 = 2.7755$$

- Por otro lado, la varianza es obtenido:

$$\sigma^2 = \mu\varphi - \mu^2 = 2.7755 \cdot 144.3317 - 2,7755^2 = 393,34.$$

En este caso, para el parámetro μ se usa la media ajustada calculada en el modelo. El valor $\varphi = 144.3317$, es un parámetro de sobre dispersión que calcula para poder hallar la varianza. En la figura 6 podemos apreciar el comportamiento de los parámetros y coeficientes antes mencionados:

Figura 6. Comportamiento de parámetros - Ejemplo



- “En el Gráfico (CL underwriting parameters), se muestra los valores del vector $\tilde{\alpha}i$, para el cual se observa que, en los tres primeros años, la cantidad de pagos de las reclamaciones va en aumento, y a partir de allí, va disminuyendo”. (Gallego C. A., 2018)
- “En el Gráfico CL development parameters $\tilde{\beta}j$ indica claramente como en el año de la notificación del accidente y en el siguiente, el porcentaje de los pagos de las reclamaciones es muy parecido. Después en los siguientes años, el porcentaje se reduce considerablemente hasta llegar a casi cero”. (Gallego C. A., 2018)
- “En el Gráfico Severity Inflation, la inflación es superior a 1 los primeros cuatro años y a partir de allí baja por debajo del 1”.

- “En los parámetros de retraso (π = general y p = adjusted), tienen un mismo comportamiento con excepción del último valor donde p es más pequeño a π debido a que la suma de todas las probabilidades de retraso p ha de ser igual a 1”. (Gallego C. A., 2018)

Paso 4. Estimación de la reserva de IBNR

Con el modelo determinado se procede a calcular las estimaciones o predicciones de la reserva para los IBNR. En la tabla 6, se presenta las estimaciones proyectadas para los siguientes 9 años futuros con respecto a RBNS, IBNYR, el total y el IBNR con el método CL.

$$\widehat{X}_{i,j}^{RBNS} = \sum_{l=i-9+j}^{\min(j,9)} N_{i,j-9} \widehat{\pi}_l \widehat{\mu}_l \widehat{\gamma}_i; (i,j) \in J_1 \cup J_2$$

$$\widehat{X}_{i,j}^{IBNYR} = \sum_{l=0}^{\min(i-9+j-1,d)} N_{i,j-l} \widehat{\pi}_l \widehat{\mu}_l \widehat{\gamma}_i; (i,j)$$

Tabla 6. Estimación de la reserva IBNYR y RBNS - Ejemplo

Años futuros	RBNS	IBNYR	Total (RBNS+IBNYR)	IBNR CL
1	52060	2483	54543	54927
2	29504	2606	32110	32331
3	17879	1606	19485	19626
4	10561	1076	11637	11710
5	6342	676	7018	7057
6	3645	459	4104	4123
7	2017	297	2313	2324
8	988	183	1171	1178
9	332	101	433	433
Total	123328	9486	132814	133710

Concluyendo que el total de las reservas - IBNR calculadas es de 132.813,95 \$. Obteniendo como reserva RBNS un total de \$ 123.327,75 y la IBNYR \$ 9.486,20. La distribución de las reservas es de 92,85 % en las RBNS y 7,15% en las IBNYR. El tamaño del triángulo define

los años a predecir siendo el año 9 el último. Es así que, la estimación del modelo DCL es menor en \$900 a comparación de los resultados con el método CL.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación, se presenta la aplicación a la empresa de seguros. La herramienta de análisis estadístico que permite desarrollar y sistematizar toda la metodología DCL, es el software R la cual es una herramienta informática para realizar análisis estadísticos.

Los nombres de las dos librerías en R que se utilizan para la estimación de las reservas de seguros de no vida son “Chain Ladder” y “DCL”.

4.1 La compañía de seguros en estudio

La compañía de seguros en estudio tiene una amplia experiencia en el mercado asegurador, ofreciendo una gama de productos de seguros incluyendo seguros de vida, seguro obligatorio de accidentes de tránsito (SOAT), vehiculares, rentas y bancaseguros. Los clientes adquieren el SOAT para la prevención de riesgos de accidentes y la entidad aseguradora al recibir el pago de prima, según la cobertura, se compromete a hacer frente a las consecuencias económicas de un siniestro, a través de una indemnización. Las empresas aseguradoras están obligadas por la SBS de contar con una reserva de dinero para enfrentar las posibles obligaciones (siniestros) que puedan presentarse durante el tiempo de contratación del seguro, también llamado provisiones técnicas.

Una de las provisiones técnicas más importantes es la Reserva de Siniestros Ocurridos y no Reportados (IBNR), que es la reserva que deben tener las aseguradoras para hacer frente al pago de las indemnizaciones (siniestros) que aun habiendo ocurrido no han sido todavía comunicadas por el asegurado y deben ser cubiertas posteriormente. Actualmente, en los cálculos de reservas de siniestros de seguros de No Vida, como SOAT, se dispone de diferentes métodos estadísticos. “Dentro de los métodos actuariales, el que más se aplica en las compañías aseguradoras es el conocido método Chain Ladder (CL). Sin embargo, esta metodología no recoge todas las particularidades de la reserva de siniestros ocurridos y no

reportados - IBNR de SOAT; por tal motivo se propone el método Double Chain Ladder (DCL), el cual tiene sus bases en el clásico modelo CL pero permite además diferenciar entre dos tipos de reservas en función del tipo de siniestro”. (Gallego C. A., 2018) En ese sentido, es necesario establecer un método estocástico que, sobre todo, desarrolle el aspecto estadístico y utilice una herramienta informática más potente, a diferencia de los métodos clásicos que son ejecutados en una hoja de cálculo.

4.2 Preparación de datos o recopilación de datos

El área técnica como área responsable del cálculo del IBNR propone la aplicación del método estocástico Double Chain Ladder - DCL en el Seguro Obligatorio de Accidentes de Tránsito – SOAT, siendo el de mayor materialidad de prima y siniestros en la Compañía. En el estudio de métodos de estimación de provisiones (reservas) técnicas de siniestros, la información principal a analizar son los siniestros. Se obtienen de los reportes de los cierres contables mensuales que son generados por equipo de TI de la empresa.

Se toma como base principal a los siniestros de SOAT ocurridos desde enero 2017 hasta diciembre 2018, estos datos permitirán la construcción de los triángulos de pagos y frecuencia de siniestros que es el primer paso para el desarrollo de la metodología DCL. De acuerdo a la información histórica de SOAT se observa que el periodo más extenso desde la ocurrencia de un siniestro hasta la notificación del mismo es de 22 meses, por ello el horizonte temporal a analizar será un periodo de 2 años, cumpliendo además con lo propuesto por la normativa de la SBS, que indica que deberá considerarse una información no menor de 2 años para la estimación del IBNR. En el proceso de elaboración de los triángulos es necesario obtener los siniestros acompañado de la siguiente información:

- Fecha de Ocurrencia u origen del siniestro
- Fecha de Notificación o aviso del siniestro
- Estado del siniestro
- Fecha de Pago del siniestro
- Monto Pagado del siniestro
- Fecha de Pago del siniestro
- Diferencia de meses de liquidación

- Diferencia de meses de notificación

Los datos de las variables antes mencionadas se obtienen del reporte OPM015, el cual registra la información completa de todos los siniestros de SOAT ocurridos en los últimos 4 años. Este reporte se genera el primer día de cada mes por el área de tecnología e información – TI y es compartido al área técnica para el proceso de estimación de la reserva IBNR.

Finalmente se prepara la información para ingresarla a R, es aquí donde se valida el periodo de demora de notificación del siniestro y la demora en la liquidación. Se construye una tabla de doble entrada para contabilizar la cantidad de siniestros y el monto liquidado en cada periodo de tiempo, es importante resaltar que en los campos donde no existiera registro se deberá incluir el número cero para que la elaboración de los triángulos sea considerada correctamente. Se construyó el triángulo de frecuencia de siniestros SOAT, ocurridos desde enero 2015 hasta diciembre 2016 y con un retraso de notificación hasta 23 meses y se construyó el triángulo de pagos de siniestros SOAT, ocurridos desde enero 2015 hasta diciembre 2016 y con un retraso de pago hasta 23 meses.

4.3 Estimación de la provisión de pagos futuros con DCL

Estimar con el método Double Chain Ladder la provisión de los pagos futuros de los accidentados en el **SOAT**.

Paso 1. Construcción de triángulos.

En esta fase se prepara la información para ingresarla a R, es aquí donde se valida el periodo de demora de notificación del siniestro y la demora en la liquidación. Se construye una tabla de doble entrada para contabilizar la cantidad de siniestros (Triángulo de frecuencias) y el monto liquidado (Triángulo de pagos) en cada periodo de tiempo, es importante resaltar que en los campos donde no existiera registro se deberá incluir el número cero para que la elaboración de los triángulos sea considerada correctamente.

- **Triángulo de Frecuencia de siniestros.** En la Tabla 7 se construyó el triángulo de frecuencia de siniestros SOAT, ocurridos desde enero 2015 hasta diciembre 2016 y con un retraso de notificación hasta 23 meses. Cada registro de la tabla se representa por la variable:

$N_{i,j}$ Es la cantidad de siniestros SOAT ocurridos en el mes i y notificados en el mes $i+j$.

Para $m=24$ meses, $i = 1,2,\dots,24$ y $j = 0,1,\dots,23; i+j \leq 24$

Tabla 7. Triángulo de Frecuencias de Siniestros SOAT

Mes de Ocurrencia	Notificado en																							Total general	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		23
1	462	33	2	2	-	1	1	-	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	-	-	505
2	411	12	13	2	-	1	-	5	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	445
3	466	20	10	-	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	498
4	447	17	3	2	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	NA	482
5	447	-	2	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	NA	NA	450
6	376	10	3	1	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	NA	NA	NA	NA	397
7	425	10	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	NA	NA	NA	NA	NA	437
8	394	16	2	-	1	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	NA	414						
9	413	5	1	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	421							
10	398	16	1	-	-	-	3	-	-	-	-	-	-	-	NA	418									
11	397	3	-	-	-	-	-	1	1	-	-	-	-	NA	402										
12	422	2	-	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	428										
13	481	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	482											
14	392	5	-	1	-	-	3	-	-	-	-	NA	401												
15	381	6	-	-	-	-	-	-	-	-	NA	387													
16	389	11	-	-	-	2	-	-	-	NA	402														
17	389	7	-	-	1	1	-	-	NA	398															
18	344	1	-	-	1	-	-	NA	346																
19	385	1	-	-	-	-	NA	386																	
20	387	2	-	2	1	NA	392																		
21	410	4	-	-	NA	414																			
22	371	5	-	NA	376																				
23	375	2	NA	377																					
24	365	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	365
Total general	9,727	188	39	17	26	6	7	6	2	-	1	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	-	10,023

- **Triángulo de Pagos.** En la Tabla 8 se construyó el triángulo de pagos de siniestros SOAT, ocurridos desde enero 2015 hasta diciembre 2016 y con un retraso de pago hasta 23 meses. Cada registro de la tabla se representa por la variable:

$X_{i,j}$ Es el total de monto pagado por reclamaciones de siniestros SOAT ocurridos en el mes i y liquidadas en el mes $i+j$.

Para $m=24$ meses; $i = 1,2,\dots,24$ y $j = 0,1,\dots,23; i+j \leq 24$.

Tabla 8. Triángulo de Pagos SOAT

Mes de Ocurrencia	Pagado en																							Total general	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		23
1	212,679	690,086	155,112	74,913	37,032	28,675	1,994	526	338	1,843	6,012	777	1,967	212	-	-	5,769	-	-	-	-	116	534	-	1,218,206
2	173,221	688,941	321,805	47,552	56,674	58,483	2,480	6,832	1,092	2,826	223	2,954	2,052	232	253	419	-	-	-	84	72	-	-	NA	1,566,195
3	631,198	687,238	181,827	20,454	24,555	31,562	21,657	7,070	1,998	19,913	245	555	-	-	596	4,801	-	2,048	137	142	-	-	-	NA	1,635,997
4	694,733	421,281	79,824	58,186	48,151	40,156	7,872	1,210	1,562	21,017	-	1,180	62	434	180	-	148	69	1,805	145	-	-	-	NA	1,338,017
5	827,769	354,069	124,273	53,716	78,303	34,948	3,410	1,662	605	1,088	-	4,347	1,705	114	4,223	243	-	658	3,012	-	-	-	-	-	1,494,145
6	619,491	415,735	239,299	111,518	36,222	7,232	6,555	1,739	763	4,024	749	6,244	954	5,874	2,194	287	-	380	-	-	-	-	-	-	1,453,261
7	646,523	561,124	133,662	48,435	17,089	2,256	28,553	48,059	110	3,570	706	8,661	38	2,589	207	3,424	-	-	-	-	-	-	-	-	1,505,105
8	498,388	609,960	110,514	84,910	35,768	8,862	3,610	534	1,197	6,849	3,237	3,874	-	445	25,871	566	-	-	-	-	-	-	-	-	1,394,507
9	321,549	413,014	158,488	106,433	6,970	8,591	6,343	20,250	5,217	882	270	1,115	206	8,425	-	2,930	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	1,060,683
10	480,965	585,698	67,767	40,841	5,124	27,004	1,083	303	937	1,279	1,761	-	2,398	54	-	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	1,225,215
11	575,991	358,216	65,442	79,768	5,520	30,320	1,904	32,683	19,519	-	681	36,861	1,389	-	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	1,208,294
12	794,126	586,284	180,619	62,148	8,703	6,966	5,282	1,560	694	860	634	-	379	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	1,648,255
13	825,045	610,992	122,709	71,243	44,262	10,561	44,414	224	-	12,036	1,297	1,078	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	1,743,860
14	409,580	605,015	89,601	49,793	35,316	3,900	22,570	899	8,762	-	565	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	1,226,003
15	234,772	426,211	76,948	18,146	8,391	20,973	4,186	1,343	3,130	317	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	794,517
16	315,426	403,720	130,501	50,438	34,500	7,227	5,907	2,144	430	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	950,294						
17	240,349	457,517	175,201	8,034	9,634	6,274	8,189	127	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	905,325							
18	279,159	385,396	66,899	13,047	28,826	23,772	7,056	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	804,154
19	301,412	429,213	62,778	51,705	21,278	232	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	866,619
20	404,078	221,981	68,861	20,376	25,522	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	740,828
21	227,578	470,262	97,332	11,561	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	806,734
22	184,630	288,341	39,132	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	512,103
23	53,523	112,369	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	165,892
24	2,402	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	2,402
Total general	9,924,587	10,782,763	2,748,595	1,083,217	567,950	357,894	182,666	127,165	46,376	76,504	16,381	67,646	11,151	18,380	33,523	12,670	5,918	3,155	4,955	371	72	116	534	-	26,071,690

Paso 2. Construcción de modelo DCL

Se definen las siguientes variables:

- Las frecuencias de siniestros notificados N_{ij} siendo variables aleatorias independientes se distribuyen con una Poisson con media:

$$E[N_{1,1}] = \alpha_1\beta_1 ; E[N_{2,2}] = \alpha_2\beta_2 ; \dots E[N_{24,24}] = \alpha_{24}\beta_{24};$$

donde: $\sum_{j=0}^{24-1} \beta_j = 1$

- El retraso en el pago desde la notificación (retraso RBNS) son variables aleatorias que se distribuyen según una multinomial con probabilidades $\pi_l, l = 0,1,\dots,23$

$$(N_{1,1,0}^{paid}, \dots, N_{24,24,23}^{paid}) \rightarrow Multinomial(N_{i,j}; \pi_0, \dots, \pi_{23})$$

donde $\pi = (\pi_0, \dots, \pi_{23})$ corresponde a las probabilidades de retraso, tal que: $0 < \pi_l < 1$ y $\sum_{l=0}^{23} \pi_l = 1$

- Los pagos individuales asociados a los siniestros notificados originados en el año i son mutuamente independientes y se describe como una función (severity) que solo depende del año donde se origina la reclamación. Dichos pagos tienen distribuciones con media

$$\mu\gamma_i = \mu_i$$

y varianza

$$\sigma^2\gamma_i^2 = \sigma_i^2.$$

Aquí γ_i son parámetros que representa la inflación asociada al año de origen, mientras que μ y σ^2 son los factores en la media y la varianza de pagos comunes a todas las reclamaciones.

Paso 3. Determinación de parámetros

En esta parte se determinan los parámetros de retraso del IBNR asociados a las expresiones 2, 3, 5 y 6.

Tabla 9. Estimación de parámetros SOAT

Mes Origen	α_i	β_j	α_i (estimado)	β_j (estimado)	π_l (estimado)	ρ_l (estimado)	γ_i	μ_i	σ_i^2
1	505	0.97	1,218,206	0.38	0.3885	0.3885	1.00	2,412.620	35,778,647.950
2	445	0.02	1,366,195	0.41	0.4144	0.4144	1.27	3,070.541	57,953,012.072
3	498	0.00	1,636,335	0.10	0.0985	0.0985	1.36	3,286.230	66,380,712.669
4	483	0.00	1,338,330	0.04	0.0392	0.0392	1.15	2,773.065	47,267,900.260
5	451	0.00	1,494,515	0.02	0.0205	0.0205	1.37	3,317.111	67,634,167.510
6	398	0.00	1,459,699	0.01	0.0131	0.0131	1.52	3,672.249	82,891,556.896
7	438	0.00	1,506,433	0.01	0.0068	0.0068	1.43	3,442.809	72,857,098.401
8	415	0.00	1,396,258	0.01	0.0048	0.0048	1.40	3,368.500	69,745,981.811
9	422	0.00	1,062,505	0.00	0.0014	0.0014	1.04	2,520.705	39,056,223.984
10	419	-	1,228,569	0.00	0.0035	0.0035	1.22	2,935.435	52,965,239.565
11	403	-	1,214,581	0.00	0.0006	0.0006	1.25	3,017.705	55,975,717.616
12	429	-	1,658,885	0.00	0.0035	0.0035	1.60	3,871.049	92,109,275.800
13	483	-	1,756,295	0.00	0.0004	0.0004	1.51	3,639.196	81,406,104.357
14	402	-	1,239,350	0.00	0.0012	0.0012	1.28	3,085.741	58,528,179.241
15	388	-	803,846	0.00	0.0025	0.0025	0.86	2,073.406	26,424,977.339
16	403	-	965,119	0.00	0.0010	0.0010	0.99	2,396.697	35,307,928.315
17	399	-	921,481	0.00	0.0005	0.0002	0.96	2,310.566	32,815,792.710
18	347	-	823,291	0.00	0.0003	-	0.98	2,372.571	34,600,656.002
19	388	-	894,486	0.00	0.0006	-	0.96	2,308.636	32,760,991.271
20	394	-	776,615	0.00	-	-	0.82	1,972.317	23,911,094.041
21	417	-	866,541	0.00	-	-	0.86	2,077.266	26,523,463.077
22	380	-	576,229	0.00	-	-	0.63	1,518.021	14,164,503.392
23	382	-	211,645	0.00	-	-	0.23	553.696	1,884,470.332
24	378	-	6,395	-	-	-	0.01	16.888	1,753.154

- “Para el parámetro α_i , parámetro fila, nos indica el número total de reclamaciones notificadas originadas en el mes i ”. (Gallego C. A., 2018) Entonces, el parámetro $\alpha_1 = 505$ es la suma de todas las reclamaciones que hacen referencia al mes 1 (enero 2015).
- “En el caso de β_j , parámetro columna, nos indica la proporción de reclamaciones que se notifican con j años de retraso desde el año del accidente” (Gallego C. A., 2018). En la tabla se observa que, casi un 97% de los siniestros SOAT se reportan en el mismo mes del accidente, $\beta_1 = 0,97$.
- “Del triángulo de pagos de reclamaciones se obtiene el parámetro $\tilde{\alpha}_i$, hace referencia al total de pagos originados desde el mes i ”. (Gallego C. A., 2018)
- Para $\tilde{\beta}_j$. Existe una probabilidad de demora en el pago durante los dos primeros meses ya que su porcentaje es mayor a un 2% y a partir de los siguientes el porcentaje es casi cero.
- El parámetro de inflación γ_i es la inflación en los pagos de siniestros originados en el mes i . En el mes uno el modelo fija $\gamma_1 = 1$.
- De acuerdo a la expresión 2 y 3 es posible obtener la media (μ_i) y la varianza (σ_i^2) de los pagos de siniestros originados en el mes i , para ello es importante calcular la media de los pagos.
- La media de los pagos del modelo DCL es de 2412.62, la cual se puede obtener de la siguiente manera:

$$\mu = \tilde{\alpha}_1 / \alpha_1 = 1,218,206 / 505 = 2,412.62$$

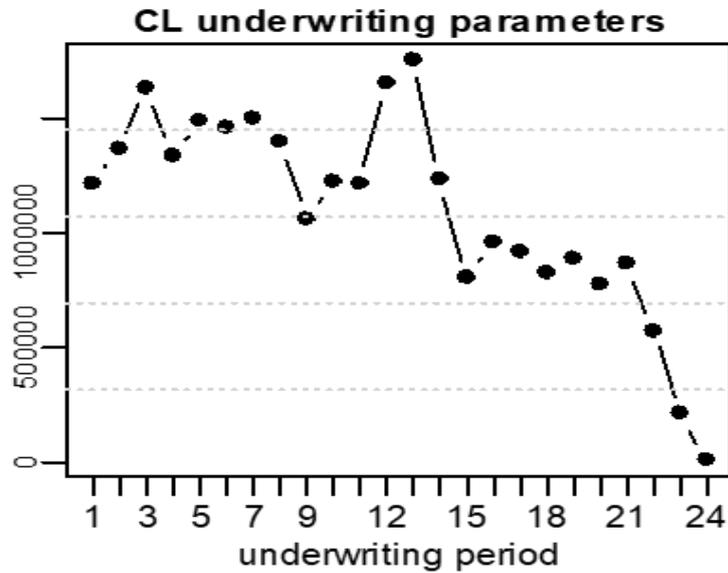
la varianza es obtenida:

$$\sigma^2 = \mu\varphi - \mu^2 = 2,412.62 \cdot 17242.41 - 2,412.62^2 = 35,778,698$$

En el parámetro μ se usa la media ajustada calculada en el modelo. El valor $\varphi = 17,242.41$, es un parámetro de sobredispersión que se estima para poder calcular la varianza.

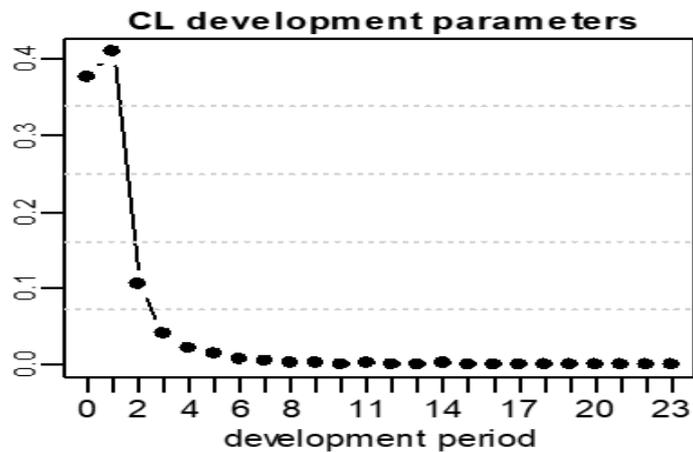
- En la Figura 7 (CL underwriting parameters), se muestra los valores de $\tilde{\alpha}_i$, donde en los tres primeros meses, los pagos de los siniestros van en crecimiento, y a partir de allí, teniendo ciertos crecimientos en algunos periodos en general va disminuyendo.

Figura 7. Desarrollo de parámetro fila estimado



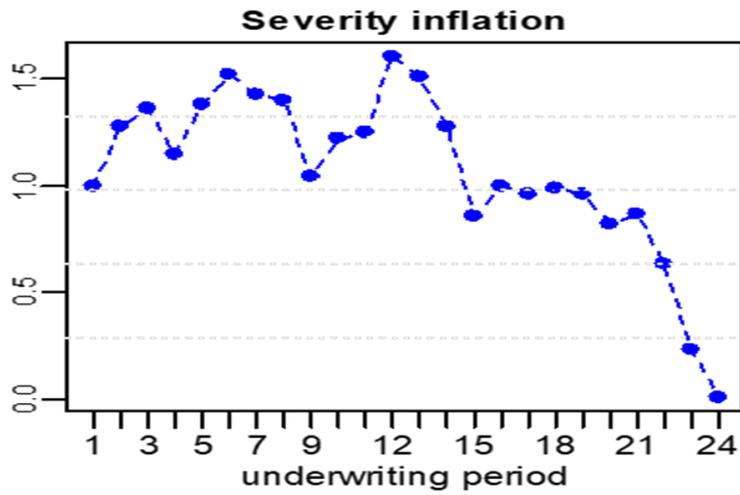
- En el Gráfico “CL development parameters” se grafica a $\hat{\beta}_j$ donde se observa como en el mes de la notificación del siniestro y en los 2 meses siguientes, el porcentaje de los pagos de los siniestros va en tendencia creciente. Luego los siguientes meses, el porcentaje se reduce significativamente hasta llegar a casi cero.

Figura 8. Desarrollo de parámetro columna estimado



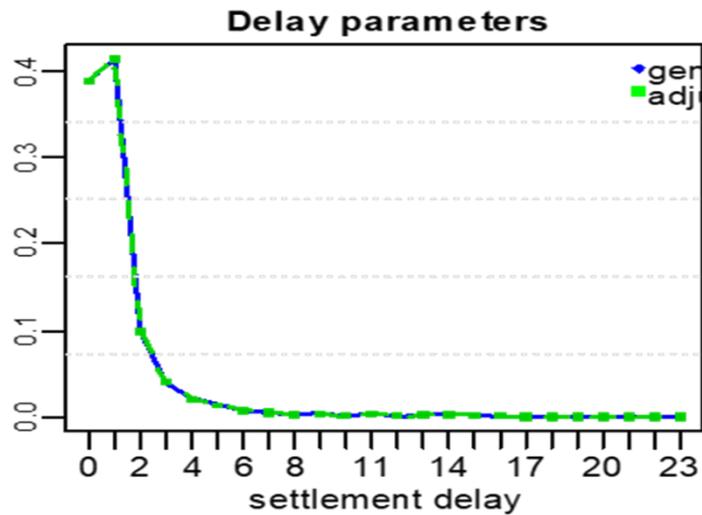
- En el Gráfico “Severity Inflation”, se observa que los primeros 14 meses la inflación está por encima de 1 y luego baja por debajo de 1.

Figura 9. Comportamiento de la severidad de la inflación



- Los parámetros (π = general y p = adjusted), tienen un mismo comportamiento a excepción del último valor de p que es inferior a π .

Figura 10. Comportamiento de probabilidades de retraso de siniestros SOAT



Paso 4. Estimación IBNR

Con el modelo determinado y de acuerdo a las expresiones 10 y 11 se procede a calcular las estimaciones o predicciones de la reserva para los IBNR. En la tabla 10, se presenta las

estimaciones proyectadas para los siguientes 24 meses futuros con respecto a RBNS, IBNYR, el total y el CL.

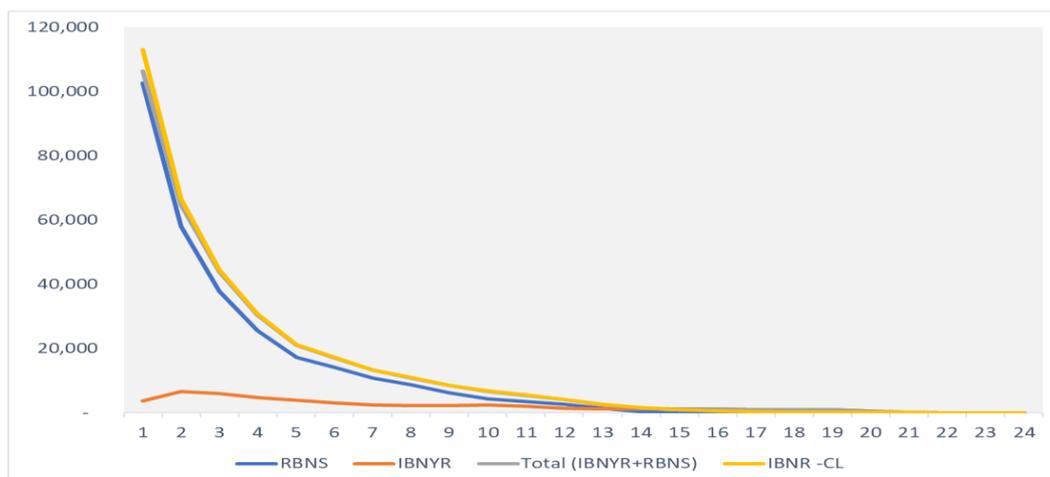
En la tabla 10 se muestran las reservas RBNS, IBNYR, IBNR (reserva total) según la metodología DCL y en la última columna se puede apreciar los resultados de la reserva IBNR de acuerdo a la metodología CL. En una proyección de 24 meses se puede apreciar que gran parte de la reserva de IBNR está constituida por la reserva RBNS, después de 12 meses se observa que la RBNS e IBNYR son muy similares. También es importante señalar que, en los 6 primeros meses la reserva total concentra el 84% de su materialidad, explicando que la notificación y liquidación de los siniestros SOAT se desarrollan en dichos meses. A partir del mes 7 la reserva total tiene un decaimiento hasta que se vuelve nula, debido a que a medida que transcurren los meses después de originado los siniestros la probabilidad de reclamación y de liquidación es menor, la probabilidad que se desarrolle el siniestro dentro de los primeros meses es mucho mayor mientras los meses van transcurriendo desde la fecha de origen.

Tabla 10. Estimación de la reserva IBNYR y RBNS SOAT

Meses Futuros	RBNS	IBNYR	Total (IBNYR+RBNS)	IBNR -CL
1	102,632	3,685	106,318	113,063
2	58,134	6,650	64,784	66,528
3	37,944	5,877	43,821	44,506
4	25,559	4,783	30,342	30,775
5	17,148	3,862	21,010	21,245
6	14,019	2,965	16,984	17,138
7	10,824	2,360	13,184	13,284
8	8,731	2,133	10,864	10,937
9	6,239	2,195	8,434	8,524
10	4,365	2,337	6,702	6,777
11	3,417	2,032	5,448	5,501
12	2,562	1,467	4,029	4,057
13	1,339	1,198	2,538	2,573
14	294	1,195	1,489	1,537
15	-	1,141	1,141	1,068
16	-	1,108	1,108	656
17	-	1,063	1,063	373
18	-	1,046	1,046	207
19	-	923	923	198
20	-	567	567	125
21	-	205	205	44
22	-	32	32	1
23	-	1	1	-
24	-	-	-	-
Total	293,206	48,826	342,033	349,117

En la figura 11 se grafican todas las reservas RBNS, IBNYR que constituyen la reserva IBNR estimada con la metodología Double Chain Ladder y en simultaneo se comparan con los resultados obtenidos en la reserva IBNR con la metodología Chain Ladder. Los resultados obtenidos con las dos metodologías son muy similares es por ello que en la gráfica se ve una línea superpuesta sobre otra.

Figura 11. Comportamiento de las reservas de siniestros SOAT



Por consiguiente, se ha determinado que el total de las reservas calculadas es de S/. 342,033. Esta reserva se divide entre RBNS con S/. 293,206 y las IBNYR con S/. 48,826. La distribución sería de 86 % para la RBNS y 14% en las IBNYR. Se realiza una predicción hasta el mes futuro 24. El resultado con el método DCL es inferior a la estimación con el método CL. Esta diferencia es de S/. 7,085 (2%).

4.4 Comparación del método DCL con el CL

“Dentro de los métodos actuariales, el más popular y aplicado en las compañías aseguradoras es el conocido método Chain Ladder (CL) (Tarbell, 1934). Este método clásico es un método estadístico determinista y fue de los primeros propuestos en la literatura actuarial para el cálculo de provisiones. El modelo CL se basa en las reservas de tipos de siniestros Incurred But Not Reported, IBNR, que hacen referencia a siniestros que han ocurrido en el pasado, pero todavía no han sido reportados a la compañía. Para el cálculo de provisiones, la compañía debe estimar unas reservas para siniestros de tipo IBNR. La principal diferencia del método DCL respecto del CL clásico es que en DCL se trabaja con dos triángulos: el relativo a los pagos agregados de los siniestros y el relativo a la frecuencia del número de

siniestros” (Gallego C. A., 2018). Cuando se integra la frecuencia siniestral, ayuda al modelo para la estimación de una reserva más cercana a los pagos.

La metodología DCL propuesta fue implementada desde marzo 2020 en la compañía, obteniendo resultados muy satisfactorios debido a que el volumen de la reserva disminuye y a su vez se fundamenta en bases estadísticas, las cuales pueden ser validadas después de un periodo de tiempo. Los resultados obtenidos ayudan a la compañía a tomar decisiones como por ejemplo una posible propuesta de mejoras en el producto, una mejor estimación de margen de utilidad, automatizar procesos que eran desarrollados manualmente en hojas de cálculo y optimizar los recursos y horas de los colaboradores.

Durante la formación profesional de mis estudios de pregrado me permitió adquirir competencias relacionadas al análisis, modelamiento, predicción e interpretación de datos, además de otorgar capacidad estratégica y de intuición. Estas capacidades contribuyeron al correcto desarrollo de la reserva IBNR para SOAT con la metodología propuesta DCL. El auto aprendizaje ayudó a seleccionar los artículos con las aplicaciones más apropiadas, que se ajusten a las características y particularidades tanto del tipo de reserva como del ramo.

La Compañía Aseguradora al utilizar la metodología DCL en el proceso de cálculo de la reserva IBNR para SOAT, obtuvo una reducción en las diferencias de la estimación de la reserva versus lo real, precisando el resultado basado en métodos estadísticos y mitigando el riesgo de algún impacto financiero.

V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

1. EL modelo Double Chain Ladder permitió obtener el triángulo para la frecuencia y para el pago de siniestros, con lo cual permite diferenciar entre reservas de tipos de siniestros RBNS y IBNYR y proporcionando una mejor estimación por tener un enfoque estadístico.
2. Se estimó la provisión de pagos futuros de los accidentes en el SOAT para la empresa aseguradora. Los valores estimados para las reservas RBNS fue de S/. 293,206 y para las IBNYR fue de S/. 48,826, totalizando las reservas IBNR en S/. 342,033.

3. Al comparar los resultados del método Double Chain Ladder con el método Chain Ladder se obtiene una reserva de S/. 342,033 versus S/349,117 respectivamente. De esta manera se observa que la diferencia no es significativa, sin embargo, el método DCL se encuentra bajo la perspectiva de estimaciones estadísticas lo cual carece el método Chain Ladder.
4. Al estimar las reservas, la distribución es 90% para la reserva RBNS y un 10% para la IBNYR. Lo que nos indica que en su mayoría los siniestros han sido notificados a la compañía, pero hay un pequeño retraso en la liquidación.

5.2 Recomendaciones

1. Se recomienda aplicar otros métodos de reserva IBNR para realizar un análisis y comparación sobre todas las variables involucradas en las metodologías y resultados.
2. Es necesario utilizar una herramienta backtesting que permita evaluar periódicamente los resultados obtenidos en las estimaciones de la reserva.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APESEG. (s.f.). APESEG. Obtenido de APESEG: <https://www.apeseg.org.pe/glosario-de-terminos/>

Gallego, C. A. (2018). Análisis y aplicación del modelo Double Chain Ladder. Barcelona, España.

Gonzales, S. S. (Septiembre de 2015). Double Chain Ladder para la Estimación de Provisiones Técnicas de Seguros de No Vida. Granada, España.

Guardiola, A. (1990). Manual de introducción al seguro. España: Mapfre.

Jurado, M. Á. (Septiembre de 2015). Métodos para la Estimación de Provisiones Técnicas de Seguros de No Vida.

Miranda, D. M. (2012). Double Chain Ladder. Spain.

SOAT. (s.f.). SOAT. Obtenido de SOAT: www.SOAT.com.pe

ANEXOS

Library(DCL)

Códigos en R de la Aplicación siniestros SOAT

```
> n0<-c(462,33,2,2,0,1,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,0)
> n1<-c(411,12,13,2,0,1,0,5,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA)
> n2<-c(466,20,10,0,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n3<-c(447,17,3,2,13,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n4<-c(447,0,2,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n5<-c(376,10,3,1,7,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n6<-c(425,10,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n7<-c(394,16,2,0,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n8<-c(413,5,1,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n9<-c(398,16,1,0,0,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n10<-c(397,3,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n11<-c(422,2,0,4,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n12<-c(481,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n13<-c(392,5,0,1,0,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n14<-c(381,6,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n15<-c(389,11,0,0,0,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n16<-c(389,7,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n17<-c(344,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n18<-c(385,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n19<-c(387,2,0,2,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n20<-c(410,4,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n21<-c(371,5,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n22<-c(375,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> n23<-c(365,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,,)
> N<-
matrix(c(n0,n1,n2,n3,n4,n5,n6,n7,n8,n9,n10,n11,n12,n13,n14,n15,n16,n17,n18,n19,n20,n21,n22,
n23),ncol=24)

> x0<-
c(212679.01,690085.55,155112.21,74913.29,37032.25,28674.78,1594.2,526.02,358.26,1842.57,6
012.11,777.36,1966.99,211.72,0,0,5769.23,0,0,0,0,116.42,534.33,0)

> x1<-
c(173220.52,688940.84,321804.55,47551.67,56673.53,58483.03,2479.99,6832.32,1092.03,2826.
19,223.15,2954.37,2052.43,231.87,252.96,419.33,0,0,0,84.39,72.14,0,0, )

> x2<-
c(631198.05,687238.19,181826.66,20454.41,24555.29,31561.74,21657.18,7070,1998.33,19913.1
7,245.3,554.96,0,0,595.69,4801.37,0,2047.96,137.18,141.62,0,0, , )

> x3<-
c(654733.28,421280.93,79823.57,58186.17,48150.93,40156.17,7871.95,1209.52,1562.2,21017.3
3,0,1180.46,62.2,434.43,179.75,0,148.48,69.2,1805.42,144.86,0, , , )
```

```

> x4<-
c(827769.19,354068.61,124273,53716.47,78303.401428,34948.23,3409.74,1661.9,604.92,1088.3
5,0,4346.79,1705.07,114.03,4222.55,243.06,0,657.82,3011.9,0, , , , )

> x5<-
c(619491.4,415735.27,239299.15,111517.53,36222.08,7232.05,6555.19,1738.84,763.38,4024.04,
748.97,6244.28,954.12,5874.18,2194.06,286.69,0,380,0, , , , , )

> x6<-
c(646523.04,561123.77,133662.3,48434.64,17188.86,2256.4,28552.9,48058.87,109.57,3570,705.
97,8660.55,38,2588.95,207.11,3423.72,0,0, , , , , , )

> x7<-
c(498387.6,609959.916,110514.46,84910.38,35767.65,8862.04,3610.38,534.13,1197.07,6849.06,
3237.48,3873.73,0,445.18,25871.27,566.21,0, , , , , , , )

> x8<-
c(321548.71,413013.9,158488.17,106433.16,6969.87,8590.57,6343.41,20250,5217.32,881.85,26
9.8,1114.54,206.3,8425.18,0,2930, , , , , , , )

> x9<-
c(490965.28,585698.4,67767.35,40840.82,5123.74,27004.29,1082.82,302.51,937.1,1279.02,1761
.06,0,2397.81,54.35,0, , , , , , , , )

> x10<-
c(575990.85,358216.195,65442.46,79768.36,5519.64,30319.67,1903.59,32683.27,19519.45,0,68
0.51,36861.22,1389.22,0, , , , , , , , , )

> x11<-
c(794125.78,586284.14,180619.39,62147.81,8703.43,6965.54,5282.41,1559.8,693.52,860.3,633.
93,0,379.19, , , , , , , , , )

> x12<-
c(825045.07,610991.54,122709.27,71242.83,44261.71,10561.02,44413.7,224.29,0,12035.8,1296.
88,1077.67, , , , , , , , , )

> x13<-
c(409579.6,605015.174,89600.85,49792.85,35316.05,3900.33,22570.36,899.4,8762.49,0,565.49, ,
, , , , , , , )

> x14<-c(234771.8,426310.58,76947.72,18146.4,8391,20973.08,4186.45,1342.83,3130.28,316.6, ,
, , , , , , , )

> x15<-c(315425.96,403720.17,130501.01,50437.93,34500.32,7227.41,5907,2144.45,429.91, , , , ,
, , , , , )

> x16<-c(240348.71,457517.12,175200.51,8033.55,9634.45,6274.18,8189.39,127.29, , , , , , , ,
, , , , )

> x17<-c(279159.28,385396.22,66898.5,13046.77,28825.84,23771.76,7055.72, , , , , , , , , ,
)

> x18<-c(301411.61,429213.07,62779.11,51704.89,21278.19,231.71, , , , , , , , , , , )

> x19<-c(404078.39,221981.106,68860.78,20375.8,25531.65, , , , , , , , , , , )

```

```

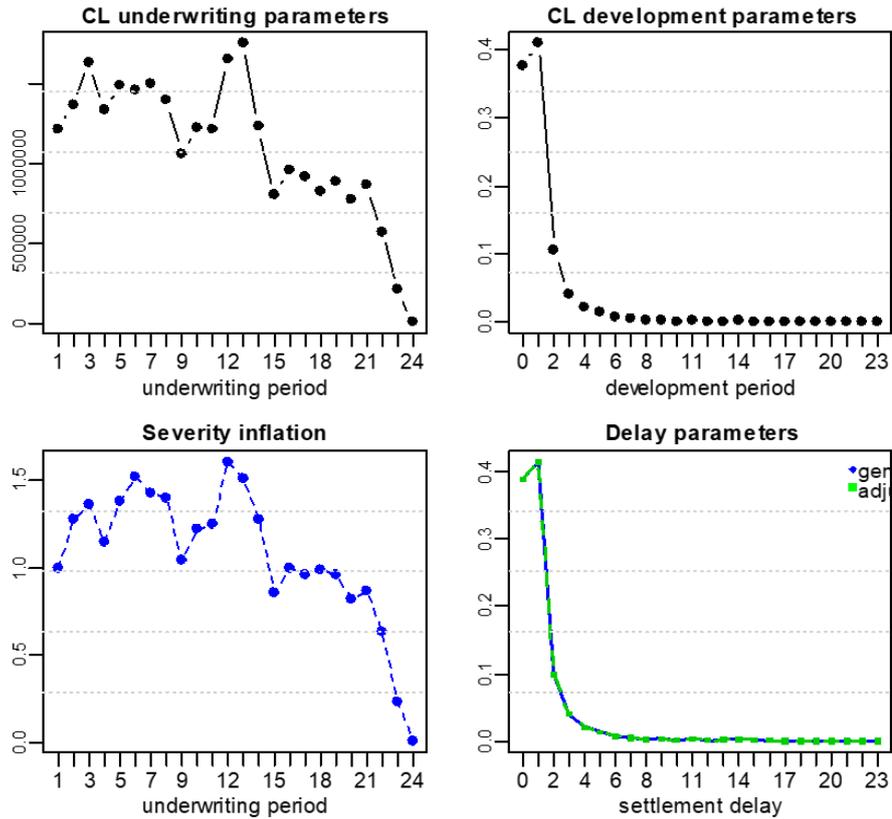
> x20<-c(227578.39,470262.34,97331.91,11561.01,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,)
> x21<-c(184630.26,288340.96,39131.87,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,)
> x22<-c(53522.88,112369.06,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,)
> x23<-c(2402.11,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,)
"> X<-
matrix(c(x0,x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11,x12,x13,x14,x15,x16,x17,x18,x19,x20,x21,x22,x23),
ncol=24)"

```

```

> "parameters<-dcl.estimation"(Xtriangulo,Ntriangulo)
  delay.par delay.prob inflation severity.mean severity.var
1    0.3885    0.3885    1.0000    2412.6238 35778698.041
2    0.4144    0.4144    1.2727    3070.5270 57952365.154
3    0.0985    0.0985    1.3621    3286.2692 66382190.809
4    0.0392    0.0392    1.1494    2773.1682 47271319.199
5    0.0205    0.0205    1.3749    3317.0158 67630156.167
6    0.0131    0.0131    1.5221    3672.2537 82891627.125
7    0.0068    0.0068    1.4270    3442.9308 72862137.081
8    0.0048    0.0048    1.3962    3368.4109 69742166.407
9    0.0014    0.0014    1.0448    2520.6283 39053766.043
10   0.0035    0.0035    1.2167    2935.5075 52967773.135
11   0.0006    0.0006    1.2508    3017.5914 55971400.819
12   0.0035    0.0035    1.6045    3871.0829 92110735.876
13   0.0004    0.0004    1.5084    3639.2372 81407805.481
14   0.0012    0.0012    1.2790    3085.7381 58527965.702
15   0.0025    0.0025    0.8594    2073.4870 26427005.078
16   0.0010    0.0010    0.9934    2396.5904 35304734.017
17   0.0005    0.0002    0.9577    2310.5638 32815666.380
18   0.0003    0.0000    0.9834    2372.6698 34603492.248
19   0.0006    0.0000    0.9569    2308.6158 32760357.453
20   0.0000    0.0000    0.8175    1972.2517 23909471.980
21   0.0000    0.0000    0.8610    2077.2816 26523819.824
22  -0.0005    0.0000    0.6292    1518.0269 14164597.410
23  -0.0004    0.0000    0.2295     553.7280 1884683.099
24  -0.0001    0.0000    0.0070     16.9412   1764.147
  mean.factor mean.factor.adj variance.factor
1    2412.29      2412.624    35778698

```



```
pred2<-dcl.predict(dcl.par , Ntriangulo , Model = 1 , "Tail = FALSE ,Tables
= TRUE")
```

	Future.years	rbns	ibnr	total	clm
1	1	102632.49	3685.06	106317.55	113063.37
2	2	58133.94	6649.74	64783.67	66528.36
3	3	37944.12	5877.22	43821.34	44505.75
4	4	25558.63	4782.96	30341.59	30774.95
5	5	17148.05	3861.71	21009.76	21245.25
6	6	14019.10	2965.37	16984.47	17137.87
7	7	10824.02	2360.17	13184.18	13284.46
8	8	8731.16	2133.24	10864.40	10936.64
9	9	6239.00	2195.02	8434.02	8524.07
10	10	4364.60	2337.21	6701.81	6777.03
11	11	3416.51	2031.59	5448.10	5501.24
12	12	2561.52	1467.21	4028.74	4056.90
13	13	1339.45	1198.35	2537.80	2572.95

14	14	293.87	1194.94	1488.81	1536.74
15	15	0	1140.88	1039.62	1067.62
16	16	0	1107.95	634.46	655.84
17	17	0	1063.01	364.05	373.09
18	18	0	1046.23	200.35	206.80
19	19	0	922.60	198.33	198.14
20	20	0	567.33	126.40	125.06
21	21	0	205.17	46.25	43.93
22	22	0	32.33	2.04	1.32
23	23	0	0.82	0.00	0.00
24	24	0.00	0.00	0.00	
Tot.		289731.62	48826.13	338554	349117.37