

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
LA MOLINA**

**ESCUELA DE POSGRADO
MAESTRIA EN BOSQUES Y GESTION DE RECURSOS
FORESTALES**



**“VOLUMETRÍA DE ÁRBOLES EN PIE DE CAOBA (*Swietenia
macrophylla* King) EN EL DEPARTAMENTO DE MADRE DE DIOS,
PERÚ”**

Presentada por:

MAGGIE LOURDES ESCOBAR CADILLO

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE
MAGISTER SCIENTIAE EN BOSQUES Y GESTIÓN DE RECURSOS
FORESTALES**

Lima-Perú

2018

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
LA MOLINA**

**ESCUELA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN BOSQUES Y GESTIÓN DE RECURSOS
FORESTALES**

**“VOLUMETRÍA DE ÁRBOLES EN PIE DE CAOBA (*Swietenia
macrophylla* King) EN EL DEPARTAMENTO DE MADRE DE DIOS,
PERÚ”**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE
MAGISTER SCIENTIAE**

Presentada por:

MAGGIE LOURDES ESCOBAR CADILLO

Sustentada y aprobada ante el siguiente jurado:

Dr. Carlos Reynel Rodríguez
PRESIDENTE

M. Sc. Víctor Barrena Arroyo
PATROCINADOR

M.Sc. Carlos Llerena Pinto
MIEMBRO

M.Cs. Ethel Rubín de Celis Llanos
MIEMBRO

DEDICATORIA

A mis padres Luis y Magda, y hermano Luis

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento en primer lugar a Dios por haberme permitido culminar este trabajo. Al Msc. Víctor Barrena Arroyo por su paciencia, colaboración y corrección en cada etapa de la elaboración de esta tesis, y al Proyecto UNALM-ITTO PD 251/03 Rev. 3(F) “Evaluación de las existencias comerciales y estrategia para el manejo sostenible de la Caoba (Swietenia macrophylla) en el Perú” por permitirme realizar este estudio con los datos obtenidos en su trabajo de campo en Madre de Dios.

Volumetría de árboles en pie de Caoba (*Swietenia macrophylla* King) en el departamento de Madre de Dios, Perú.

RESUMEN

El presente estudio se trabajó con una muestra de 120 individuos provenientes del Rodal Semillero Tahuamanu y de los planes operativos anuales de las Concesiones Maderija - Maderacre del año 2006, proporcionados por el proyecto UNALM-ITTO PD 251/03 Rev. 3(F) "Evaluación de las existencias comerciales y estrategia para el manejo sostenible de la Caoba (*Swietenia macrophylla*) en el Perú". El objetivo del trabajo es desarrollar un sistema de ecuaciones de volumen que permitan estimar el volumen neto de madera de los árboles de Caoba, situados en bosques amazónicos en Madre de Dios, a partir de variables de fácil obtención en árboles en pie. Primero se calcularon dos cocientes de forma (q_5 y q_{pc}); a partir del diámetro a los 5 metros (q_5), diámetro al punto de copa (q_{pc}). Luego, se escogieron 21 modelos originales según revisión bibliográfica y se les agregó q_5 , q_{pc} y la combinación de ambas q_5q_{pc} construyéndose un total de 4 grupos, obteniéndose 84 modelos de ecuaciones. Para determinar las ecuaciones de volumen se realizaron análisis de regresión fundamentados en el Método de los Mínimos Cuadrados en cada uno de los modelos; se descartaron los modelos que no lograron ajustarse, quedando 19 modelos de ecuaciones aptos, los cuales fueron ponderados con diferentes factores, construyéndose 112 nuevos modelos de ecuaciones que fueron sometidos a un análisis de regresión ponderada; resultando 37 ecuaciones aptas, que fueron comparadas mediante el Índice de Furnival. Finalmente, se obtuvo la ecuación que estima con mayor precisión el volumen de los árboles en pie de Caoba en el departamento de Madre de Dios, siendo esta: " $V= 0,16073-0,01130 d+0,00039772 dh+0,00022887 d^2+0,00006968 d^2hq_5q_{pc}$ ". Por otro lado, se calculó el Factor de Forma por individuo y por clase diamétrica, concluyendo que los Factores de Forma son mayores que los recomendados por el Ministerio de Agricultura.

Palabras claves: Caoba, *Swietenia macrophylla*, Árboles en pie, Ecuaciones de volumen, Regresión ponderada, factor de forma.

Volumetry of standing trees of Mahogany (*Swietenia macrophylla* King) in the Department of Madre de Dios, Perú.

SUMMARY

This paper was worked with a sample of 120 individuals from the seed stand Tahuamanu and annual operational plans Maderija – Maderacre of the year 2006, provided by the UNALM - ITTO project PD 251/03 Rev. 3 (F) "Evaluation of commercial stocks and strategy for the sustainable management of mahogany (*Swietenia macrophylla*) in Peru" . The objective of this paper is to develop a system of equations to estimate the volume net of wood of the mahogany trees, located in Amazonian forests in Madre de Dios, using variables easily obtained in standing trees. To determine the volume equations were made regression analysis grounded in the Method of Least Squares for each of the models; the failed models were discarded, and the models suitable were weighted with different factors, building new models of equations that underwent weighted regression analysis; the resulting were compared by Furnival index. Finally, the equation more accurately estimating the volume was obtained, being this: $V = 0.16073 \text{ to } 0.01130 \text{ dh} + d + 0.00039772 \text{ } 0.00022887 \text{ } 0.00006968 \text{ d}^2 + d^2 \text{ hq}_5 \text{ q}_{pc}$. On the other hand, the Form Factor per individual was calculated, concluding that form factors are higher than those recommended by the Ministry of Agriculture.

Keywords: Mahogany, *Swietenia macrophylla*, Standing trees, Volume equations, Weighted regression, Form factor.

ÍNDICE GENERAL

	Página
I. Introducción.....	1
II. Revisión de Literatura	3
2.1. De la especie: Caoba (<i>Swietenia Macrophylla King</i>)	3
2.2. Cites II	6
2.3. Situación de la Caoba en el Perú.....	7
2.4. Medición de la forma y volumen.....	9
2.4.1. Forma.....	9
2.4.2. Volumen	11
2.5. Relaciones de estimación	13
2.5.1. Selección de variable.....	13
2.5.2. Ecuación de volumen.....	13
2.5.2.1. Método de los mínimos cuadrados.....	15
2.5.2.2. Análisis de los residuos.....	16
2.5.2.3. Regresión ponderada.....	18
2.6. Selección de la mejor ecuación de volumen	20
2.6.1. Índice de Furnival.....	21
2.7. Estudios sobre forma y volumen en el Perú.	22
III. Materiales y Métodos.....	25
3.1. Descripción del lugar de estudio.	25
3.2. Materiales.....	26
3.2.1. Instrumentos de campo.	26
3.2.2. Instrumentos de análisis de datos.....	27
3.2.3. Datos.....	27
3.3. Metodología.	28
3.3.1. Sobre la muestra	28
3.3.1.1. Relación entre variables de la muestra.....	28
3.3.1.2. Análisis exploratorio.....	28
3.3.2. Forma.....	28
3.3.3. Volumen.....	29
3.3.3.1. Cálculo del volumen de árboles individuales.....	29
3.3.3.2. Elaboración de modelos según revisión bibliográfica.....	30
3.3.3.3. Construcción de ecuaciones de volumen a partir de modelos originales.....	30

3.3.3.4. Análisis de ecuaciones.....	31
3.3.3.5. Construcción de modelos ponderados de volumen a partir de modelos seleccionados...	31
3.3.3.6. Análisis de ecuaciones ponderadas.	32
3.3.3.7. Selección de la mejor ecuación.	32
IV. Resultados y discusión	33
4.1. Sobre la muestra.....	33
4.1.1. Relación entre variables de la muestra.....	34
4.1.1.1. Eliminación de observaciones anormales	36
4.1.2. Análisis exploratorio de los residuales.	37
4.1.2.1. Eliminación de observaciones anormales	37
4.2. Forma.	38
4.2.1. Factor de forma.....	38
4.3. Volumen.	40
4.3.1. Cálculo de volúmenes de árboles individuales.....	40
4.3.2. Elaboración de modelos.	40
4.3.2.1. Elaboración de modelos según revisión bibliográfica.	40
4.3.2.2. Construcción de modelos a partir de modelos originales.	41
4.3.3. Análisis de regresión lineal.	43
4.3.3.1. Coeficiente de determinación ajustado (R^2 AJ)	43
4.3.3.2. Análisis de la prueba estadística T y la prueba F.....	43
4.3.3.3. Cuadrado medio del error (CME)	45
4.3.3.4. Análisis de residuos.	46
4.3.3.5. Selección de ecuaciones.	48
4.3.4. Elaboración de modelos ponderados.	50
4.3.4.1. Construcción de modelos ponderados de volumen a partir de modelos seleccionados...	50
4.3.5. Análisis de regresión ponderada.	51
4.3.5.1. Coeficiente de determinación ajustados (R^2)	51
4.3.5.2. Análisis de la prueba estadística T y la prueba F.....	55
4.3.5.3. Cuadrado medio del error (CME)	60
4.3.5.4. Índices de Furnival (IF)	65
4.3.5.5. Selección de la mejor ecuación.	66
V. Conclusiones.....	68
VI. Recomendaciones	69

VII. Referencias bibliográficas.....	70
VIII. Anexos.....	74

ÍNDICE DE TABLAS

	Página
Tabla 1: Modelos de ecuaciones de volumen más usadas.....	16
Tabla 2: Distribución diamétrica de la muestra	33
Tabla 3: Resultado de los valores residuales extremos del modelo 5 grupo 1	37
Tabla 4: Factor de Forma promedio por clase diamétrica	39
Tabla 5: Modelos de Ecuaciones Originales.....	40
Tabla 6: Modelos de ecuaciones de los grupos 2, 3 y 4	42
Tabla 7: Coeficiente de determinación ajustado (R^2) de los 4 grupos de ecuaciones	43
Tabla 8: Prueba f y prueba t de los 4 grupos de ecuaciones	44
Tabla 9: CME de los 4 grupos de ecuaciones seleccionadas	46
Tabla 10: Modelos seleccionados	49
Tabla 11: Mejor modelo por grupo de ecuaciones seleccionadas	49
Tabla 12: Pesos (w) o factores utilizados en la construcción de modelos ponderados	51
Tabla 13: Resultados Coeficiente de determinación ajustado (R^2) Grupo 1.....	52
Tabla 14: Resultados Coeficiente de determinación ajustado (R^2) Grupo 2.....	53
Tabla 15: Resultados Coeficiente de determinación ajustado (R^2) Grupo 3.....	54
Tabla 16: Resultados Coeficiente de determinación ajustado (R^2) Grupo 4.....	55
Tabla 17: Resultados Estadístico F y T Grupo 1	57
Tabla 18: Resultados Estadístico F y T Grupo 2	57
Tabla 19: Resultados Estadístico F y T Grupo 3	58
Tabla 20: Estadístico F y T Grupo 4	59
Tabla 21: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) Grupo 1	60
Tabla 22: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) Grupo 2.....	61
Tabla 23: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) Grupo 3	62
Tabla 24: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) Grupo 4.....	62

Tabla 25:	Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) por variable dependiente de los 4 grupos de ecuaciones	64
Tabla 26:	Resultados del Índice de Furnival de los modelos seleccionados de los 4 grupos de ecuaciones ponderadas	65
Tabla 27:	Resultados de los mejores modelos por grupo estudiado en la regresión ponderada	66

ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
Figura 1: Comportamiento de los residuos contra residuos X_i y valores predichos	18
Figura 2: Relación entre el Volumen y el dap	34
Figura 3: Relación entre el Volumen y el dap^2	34
Figura 4: Relación entre el Volumen y dh	35
Figura 5: Relación entre el Volumen y dh^2	35
Figura 6: Relación entre el Volumen y d^2h	35
Figura 7: Relación entre el Volumen y h	36
Figura 8: Relación entre la Altura y dap	36
Figura 9: Tendencia del Factor de forma	39
Figura 10: Grupo 1 Modelo 9 : Modelo Descartado	47
Figura 11: Grupo 1 Modelo 3 : Modelo seleccionado para ponderar	47
Figura 12: Grupo 4 Modelo 7 :Modelo seleccionado para ponderar	48

ÍNDICE DE ANEXOS

	Página
Anexo 1: Factor de forma de los individuos analizados.....	74
Anexo 2: Volúmenes individuales (M3).....	76
Anexo 3: Cocientes de forma Q_5 y Q_{pc}	78
Anexo 4: Análisis de varianza de la ecuación seleccionada obtenidos por SAS.....	79
Anexo 5: Análisis de Varianza de la Ecuación alternativa obtenidos por SAS.....	79

I. INTRODUCCIÓN

La Caoba es la especie de mayor valor comercial desde hace varias décadas en la amazonía peruana, lo cual ha generado un uso irracional de esta especie que actualmente se encuentra amenazada. Por tal motivo en el año 2003 esta ha sido introducida en el apéndice 2 de la Convención sobre el Comercio Internacional de Especies Amenazadas de Fauna y Flora Silvestres (CITES), siendo el apéndice 2 donde figuran especies que no están necesariamente amenazadas de extinción pero que podrían llegar a estarlo a menos que se controle estrictamente su comercio. Pero lamentablemente, no se había podido lograr una efectiva aplicación del CITES por la falta de estudios e investigaciones detalladas que cuantifiquen la densidad poblacional de las caobas en el Perú.

Durante los años 2006 al 2009 la UNALM ejecutó el proyecto "Evaluación de las existencias comerciales y estrategia para el manejo sostenible de la Caoba (*Swietenia macrophylla*) en el Perú" teniendo dentro de sus objetivos específicos el establecer la posibilidad de corta anual a nivel nacional, regional y local, el abordar una estrategia nacional, que asegure la recuperación y sostenibilidad de la especie. Centrándonos particularmente en este objetivo es que se desea hacer una investigación dasométrica para determinar la mejor combinación de variables y parámetros dendrométricos conducentes a mejorar la estimación del volumen de los árboles de Caoba.

Las ecuaciones de volumen son utilizadas para estimar el volumen de un árbol en base a algunas variables de fácil medición en el campo, siendo estas el DAP (diámetro a la altura del pecho) y la altura de fuste, generalmente, además se desea adicionar a esta combinación de variables el coeficiente de forma, el cual ayudaría a tender un cálculo más exacto del volumen del fuste. La ecuación de volumen es una herramienta fundamental para estimar las existencias en los bosques y por ello se puede convertir en un punto clave para la toma de decisiones en la gestión forestal, ya que los bosques, especialmente con individuos de Caoba, son valorados económicamente en función del volumen de madera que producen. De igual forma, el disponer de estas ecuaciones que estiman valores precisos de volumen es vital para el manejo forestal.

Según bibliografía consultada, el mejor método para construir ecuaciones de volumen es el análisis de regresión basado en el método de los mínimos cuadrados.

El objetivo del trabajo es desarrollar un sistema de ecuaciones de volumen que permitan estimar el volumen neto de madera de los árboles de Caoba, situados en bosques amazónicos en Madre de Dios, para diferentes calidades de sitio, a partir de variables de fácil obtención en árboles en pie.

Actualmente, no existen muchos estudios sobre la estimación de los volúmenes de madera en árboles en pie sobre la Caoba, y se utiliza únicamente la forma propuesta por el Ministerio de Agricultura que utiliza el factor de forma de 0,65 para calcular el volumen de un individuo arbóreo, el cual hace que los datos obtenidos puedan ser erróneos, ya que la forma es diferente en todas las especies.

El presente trabajo propondrá estimar los volúmenes de madera de Caoba de la Provincia de Tahuamanu con mayor precisión para ser comparada con los resultados de la estimación que utiliza el Ministerio de Agricultura, comparando el factor de forma que utilizan para la obtención de volúmenes de madera, de tal forma que dicho cálculo sea más exacto, y el cobro por el derecho de corta sea más acorde a los valores reales del volumen de las especies a ser desboscadas, así como para que el Gobierno central y local puedan tomar mejores decisiones administrativas.

El presente estudio contribuirá en mejorar la vigilancia de los niveles reales de exportación de esta madera y asegurará que la especie se mantenga a un nivel consistente en el ecosistema y realizar el monitoreo del stock para emitir los dictámenes de extracción no perjudiciales para la especie.

II. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. De la especie: Caoba (*Swietenia Macrophylla King*)

Posición filogenética

Según Vargas (1987) la taxonomía de la Caoba corresponde a:

División	:	Angiospermas
Clase	:	Magnoliopsida (Dicotiledónea)
Sub. Clase	:	Arquiclamidea
Orden	:	Rútales
Sub. Orden	:	Rutineae
Familia	:	Meliaceae
Género	:	Swietenia
Especie	:	Macrophylla

Nombre Científico: *Swietenia macrophylla King*.

Nombres Comerciales: Burgos (1954), Cárdenas y Vázquez (1987) mencionan los siguientes nombres:

Bolivia	:	Mara
Brasil	:	Magno, Aguano
Colombia	:	Caoba Americana
Francia	:	Acajou d'amerique, Swiétenie
Alemania	:	Amerikanisches Mahagoni, Echtes Mahagoni

México	:	Caoba
Puerto Rico	:	Caoba de Honduras
República Dominicana:		Mahogany
USA	:	Genuine Mahogany, Mahogany
Venezuela	:	Orura
Italia	:	Mogano
Tailandia	:	Mahon

De acuerdo a Lamb (1966) esta especie tiene los siguientes sinónimos botánicos:

- *Swietenia candollei* Pittier;
- *Swietenia tessmannii* Harás;
- *Swietenia krukovii* Gleason;
- *Swietenia aubrevilliana*;
- *Swietenia belizensis* Lundell;
- *Swietenia macrophylla* var. *Marabaensis* Ledoux & Lobato.

Según Reynel *et al.* (2003) la descripción de la Caoba es la siguiente:

- Árbol de 80-200 cm de diámetro y 20-35 m de alto, con fuste cilíndrico, la ramificación desde el segundo tercio, la base del fuste usualmente con raíces tablares de hasta 1,5 m de alto.
- Corteza externa agrietada, color marrón claro a rojizo, con ritidoma que se desprende en placas alargadas.
- Corteza interna homogénea a fibrosa, color rosado blanquecino, con sabor amargo y astringente.

- Ramitas terminales con sección circular, color castaño claro cuando secas, menudamente lenticeladas, glabras. Presentan cada cierto tramo cicatrices congestionadas de la caída de hojas.
- Hojas compuestas paripinnadas, alternas, dispuestas en espiral, con tendencia a agruparse en los extremos de las ramitas, de 16-35 cm de longitud, el raquis delgado, los folíolos 4-6 pares, opuestos o sub. opuestos, ovados, asimétricos, de unos 9-13 cm de longitud y 3-4 cm de ancho, el ápice agudo y falcado, la base obtusa o aguda, marcadamente asimétrica, el borde entero, los nervios secundarios 8-11 pares, prominulos en ambas caras, la nervación terciaria reticulada, los folíolos glabros.
- Inflorescencias en panículas de 15-25 cm de longitud.
- Flores pequeñas y unisexuales por atrofia de uno de los sexos, de 8-10 mm de longitud, con cáliz y corola presentes, el pedicelo de 3-4 mm de longitud, el cáliz cupuliforme, de 2-3 mm de longitud, los sépalos 5, libres hacia el ápice, los pétalos 5, libres, de 5-6 mm de longitud, elípticos, glabros, el androceo con un tubo estaminal en el ápice del cual hay 5 estambres o estaminodios, el gineceo con el ovario globoso, el estilo columnar y el estigma discoide.
- Frutos cápsulas ovoides, erectas, grandes, de unos 15-20 cm de longitud y 6-8 cm de diámetro; abren desde la base hacia el ápice en 5 valvas leñosas, con la superficie casi lisa, las semillas aladas, 45-70 en cada fruto, de 7,5-9 cm de longitud y 2-2,5 cm de ancho, color castaño claro dispuestas en una columna interior (columela).

Se reconoce en el campo por la corteza externa agrietada, color marrón rojizo, con ritidoma en placas irregulares, y la presencia de raíces tablares. Las hojas compuestas son características, con pocos pares de folíolos, éstos marcadamente asimétricos. Los frutos son también distintivos, muy grandes y leñosos; a diferencia del género *Cedrela* en que los frutos abren del ápice hacia la base, los frutos de *Swietenia* abren de la base hacia el ápice.

Según Reynel *et al.* (2003) la distribución y hábitat de la Caoba va desde México en Centroamérica a la región Amazónica, hasta Bolivia, mayormente debajo de los 1200 msnm. Se le observa en ámbitos con pluviosidad elevada y constante y no tolera las sequías prolongadas; es una especie con tendencia heliófita, presente en bosques disturbados

perdurando hasta la condición primaria, usualmente en suelos ligeros, francos a arenosos, de buena fertilidad, bien drenados, con pedregosidad baja a media.

Observaciones sobre la ecología de la Caoba indican que en sus estadios iniciales requiere de bastante luz y protección ante la sombra excesiva. El control de la competencia con especies pioneras por unos 2-3 años le permite crecer rápidamente entre la vegetación secundaria (Pennington 2002).

Según Reynel *et al.* (2003) los registros de floración durante la estación seca, entre agosto-octubre y fructificación mayormente hacia fines de año. En otros países de Sudamérica, como Venezuela, la especie es decidua durante parte del año (Flinta, 1960). Este árbol comienza a florecer entre los 12-15 años (CATIE, 1997). Las flores de esta familia son visitadas por abejas pequeñas y mariposas, pero aún no está claro si estos insectos son legítimos polinizadores. Con respecto a la polinización y dispersión de semillas el cruzamiento externo es aparentemente muy importante para la fecundación en esta especie (Gillies *et al.* 1999). Las semillas son dispersadas por viento con distancias medias de 32-36 m y máximas de hasta 95-100 m (Gullison *et al.* 1996).

Además, el mismo autor menciona que los usos de la madera de Caoba son los siguientes: la madera es de excelente calidad; en general se le considera la mejor madera Amazónica. Tiene densidad media, grano recto y textura media; es de color rosado a rojizo. Tiene muy alta durabilidad y trabajabilidad; se le aprecia para carpintería y ebanistería finas.

2.2. Cites II

La Convención sobre el Comercio Internacional de Especies Amenazadas de fauna y flora silvestres (CITES) es un tratado internacional al que se han adherido 169 países (Partes) y cuyo fin es el asegurar que el comercio internacional de especímenes de la fauna y flora silvestres (especies maderables incluidas) no sea perjudicial para su supervivencia. El Perú ratificó la CITES el 27 de junio del 1975 y en consecuencia el texto de la Convención y sus Apéndices forman parte de la legislación nacional del país (INRENA, 2006).

La Convención incluye en tres apéndices aproximadamente 32000 especies de importancia estética, científica, cultural, recreativa y económica, comprendidos sus partes y derivados. Los Apéndices I, II y III de la Convención son listas de especies que ofrecen diferentes niveles y tipos de protección ante la explotación excesiva (INRENA, 2006).

CITES funciona principalmente regulando el comercio de especies incluidas en sus apéndices a través de permisos de exportación. Las especies son incluidas en los apéndices en razón al grado de amenaza en que se encuentran: El Apéndice I incluye a las especies seriamente amenazadas de extinción por el comercio internacional; el Apéndice II, en el cual se encuentra la Caoba, abarca especies que requieren de un manejo especial para evitar que se conviertan en especies amenazadas por la demanda comercial; y el Apéndice III, el cual incluye especies que los países a su criterio individual (no por decisión del conjunto de países como se requiere para incluir o sacar una especie de los Apéndices I y II) deciden que se debe extender un nivel de protección especial por considerar que existe una amenaza potencial para dicha especie (INRENA, 2006).

Se requiere de la cooperación en conjunto de las Autoridades del Estado, concesionarios forestales, comunidades locales, exportadores, instituciones científicas, ONGs y expertos, para evitar el colapso comercial de esta especie. El Estado mediante los planes de manejo forestal; que implican el manejo silvicultural de la regeneración natural y/o reforestación de la especie, busca promover su conservación (INRENA, 2006).

2.3. Situación de la Caoba en el Perú

La Caoba es una de las especies más buscadas de los bosques tropicales de América y la más cotizada por el mercado internacional debido su alta calidad y la extraordinaria belleza de su madera (INRENA, 2006).

El remanente silvestre más importante del mundo actualmente permanece en las selvas amazónicas del Perú, lo que se convierte en una responsabilidad muy especial para el país sabiendo que la explotación de especies anteriormente utilizadas *Swietenia mahogani* y *Swietenia humilis* provocaron una disminución en sus poblaciones naturales llegando hasta el punto en que ya no se encuentran volúmenes comerciales (INRENA, 2006).

La alta demanda que se genera en el mercado internacional de la Caoba se refleja en los elevados precios que se pagan por este producto con lo cual la tala y el comercio ilegal de la misma ha sido difícil de controlar en los diversos países en donde fue aprovechada por una amplia gama de motivos. Uno de ellos es la escasez de instrumentos técnicos que faciliten a las autoridades el ejercicio de un control forestal más efectivo, algunos de ellos tan básicos y fundamentales como el contar con una descripción clara y sucinta de los procedimientos administrativos enmarcados en la ley, al tiempo que los usuarios puedan conocer de manera

adecuada los requisitos para ejercer la actividad forestal desde su punto de aprovechamiento en el bosque hasta la exportación de la madera (INRENA, 2006).

En la actualidad, el Perú es el país que exporta la mayoría del volumen de madera de la especie (en los años 2000 y 2002 se alcanzaron las cifras anuales de exportación más altas con cerca de 52000 m³; a partir del año 2005 el Estado peruano fija cupos anuales de exportación para llevar un mejor control y evitar la sobre explotación del recurso, en tanto no se culmine con el estudio poblacional de la especie (INRENA, 2006).

Las poblaciones de Caoba se encuentran en las zonas de Madre de Dios, Ucayali, Loreto y San Martín y su precio en el mercado llega hasta US \$ 1850/m³ (OIMT, 2006), es por esto que existe una extracción desmedida en dichas poblaciones, esto amenaza la integridad de áreas protegidas y territorios indígenas y tiene que ser detenida a tiempo mediante el desarrollo de políticas de manejo forestal sostenible y las herramientas que ofrece la CITES (INRENA, 2006).

Una estrategia para ayudar a la Caoba es el establecimiento de cuotas de exportación anuales. De la cuota establecida para el año 2006 sólo se ha exportado 21 802,13 m³(a), cantidad que es menor en 1 437,44 m³(a) de la cuota establecida. Para el año 2007 se ha establecido una cuota de exportación de 13 476,65 m³(a) el cual equivale a extraer 1601 árboles (INRENA, 2006).

La Caoba se incluyó en el Apéndice II de la Convención sobre el Comercio Internacional de Especies Amenazadas de Fauna y Flora Silvestres (CITES) a partir del 15 de noviembre de 2003 (INRENA, 2006).

2.4. Medición de la forma y volumen.

2.4.1. Forma

Todas las partes del fuste son más o menos irregulares y su descripción por cualquier figura geométrica regular es imprecisa. Sin embargo, para estimar el volumen se asume un cierto grado de regularidad en la forma de los fustes, se estima el volumen de diferentes secciones del fuste, utilizando figuras geométricas que pertenecen a la familia de los sólidos de revolución (Philip 1994).

Barrena (1990) afirma que, según sea el caso, es válido admitir que la forma de los fustes se aproximan más o menos a la forma de un cilindro, de un paraboloides, de un cono o de un neloide, y que ella está engendrada por la rotación de una línea plana que gira alrededor de un eje situado en su plano. Estos sólidos son llamados “tipos dendrométricos”. A partir de ellos se determinan algunas fórmulas para calcular el volumen de trozas, como por ejemplo las fórmulas de Huber, Smalian y Newton.

Loetsch *et al.* (1973) afirma que, después del diámetro y de la altura, la forma es la tercera variable que determina el volumen del árbol. El árbol puede considerarse como un sólido compuesto de varias formas geométricas tales como: neloide, el paraboloides, el cono y el cilindro.

La forma del árbol sirve principalmente para el cálculo de su volumen geométrico. La forma se debe a la disminución del diámetro con el aumento de la altura, a lo que se denomina ahusamiento, y para valorarlo se busca la relación del volumen del árbol con el volumen de algún sólido geométrico, o la relación existente entre dos diámetros del mismo fuste. Estos factores de forma deben conocerse para utilizarse apropiadamente (Loján, 1965).

Nordlinger (1860), citado por Mackay (1984) explica la evolución del tronco con la edad: en un pie joven vestido con ramas desde el suelo, los anillos de crecimiento van adelgazando gradualmente desde la base al ápice de manera que el tronco toma una forma cónica; luego, cuando las ramas inferiores se caen espontáneamente, los anillos son más anchos en la proximidad y por debajo de las primeras ramas vivas, y van adelgazando hacia abajo y así el tronco se aproxima al paraboloides y tiende a ser cilíndrico cuando aumenta el ancho de los anillos hacia arriba, llegando a ser dobles o triples que en la base. Mackay (1984) concluye

diciendo que el primer caso es categórico pero que en las otras dos señalan tan solo una tendencia.

Loetsch et al. (1973) afirma que debido a que tales formas geométricas son raramente encontradas en la realidad, y a que el límite entre los diferentes sólidos geométricos puede ser determinado solamente con gran dificultad, esta aproximación tiene fundamentalmente un valor teórico pero que juega un rol en la prueba de diferentes procedimientos de determinación de volumen.

Por su parte Lojan (1966) menciona que en bosques naturales tropicales existen algunos árboles con troncos que se parecen a un poliedro con aristas torneadas. Otros poseen raíces tabulares muy altas que dificultan las mediciones; y que la forma cónica, propia de muchas coníferas, es muy escasa.

El diámetro de referencia y la altura total no son suficientes para describir completamente la forma de un árbol. Cada volumen que pueda considerarse en un árbol tiene su correspondiente factor de forma o factor mórfico. El más común es el que se refiere al volumen total del tallo, pero también puede ser considerado el factor mórfico correspondiente al volumen del tallo hasta una sección transversal dada (Cailliez 1980).

Barrena (1990) señala que los cambios en la forma están en función del sitio, de la densidad del rodal, la herencia, la base del fuste y la posición sociológica de un individuo. Además, señala a la vez que las intervenciones silviculturales como la poda y el raleo pueden modificar la forma de los individuos.

Entre los indicadores para estimar la forma de los fustes de un árbol, Barrena (1990) cita a Hush *et al.* (1982) mostrando los siguientes conceptos:

- a) El coeficiente de forma (factor de forma), es un factor de reducción, definido por la relación entre el volumen del árbol y el volumen de un sólido geométrico (tipo dendrométrico) del mismo diámetro y misma altura. Si el diámetro considerado es el dap, se trata del coeficiente de forma artificial. Si el diámetro es medido a cualquier altura relativa, se trata del coeficiente de forma normal. Como el coeficiente de forma no puede ser medido directamente, es preferible utilizar el cociente de forma.
- b) El cociente de forma o coeficiente de decrecimiento es la relación entre el diámetro medido a una altura dada por encima de la altura de pecho, y el dap. Si el diámetro

empleado es el diámetro a la mitad de la altura total del árbol, se trata del cociente de forma normal. Si el diámetro considerado, se encuentra a la mitad entre la altura total y la altura de pecho, se trata entonces de cociente de forma absoluta que es considerado como uno de los mejores índices de la forma de fuste. El cociente de forma es una variable importante para predecir el volumen del fuste. Puede ser utilizado como la tercera variable independiente en la elaboración de tablas de volumen.

- c) El punto de forma, es la relación entre la altura del centro de la resistencia al viento del árbol (situada aproximadamente en el centro de gravedad de la copa) y la altura total del árbol.

Según Loetsch *et al.* (1973) mencionan que el factor de forma es un factor de reducción, mediante el cual el producto del área basal por la altura del árbol es igual al volumen del cilindro de referencia. Además, indican que el dap es el diámetro que generalmente se toma como referencia y genera lo que se denomina “factor de forma al dap”, que es un factor de forma artificial, y se determina en base al diámetro del tronco al nivel del suelo y la altura del fuste; este valor se debería usar, pero como no es práctico en bosques tropicales, no es considerado.

2.4.2. Volumen

El volumen es, en definitiva, el resultado más importante del Inventario Forestal, como indicador del potencial o capacidad de producción del bosque, su cálculo se establece en base al área resultante del dap, multiplicado por la altura comercial (Malleux 1982).

El volumen puede ser expresado como volumen total o volumen aprovechable (comercial); en el primer caso, se refiere al total de madera que se encuentra en el bosque por unidad de superficie o para el área total, y en el segundo caso se refiere únicamente a la madera que puede ser aprovechada descontando los defectos o volúmenes inservibles. (Malleux 1982)

Además, la determinación del volumen de un objeto, implica la medida de tres dimensiones (Lojan 1966; Malleux 1971).

De acuerdo al tipo de volumen requerido, las mediciones serán más o menos numerosas como las diferentes partes de un árbol (tallo, ramas) nunca son sólidos de una forma geométrica perfectamente conocida, tal como cilindros, conos, etc., el principio es medir en cada una de

ellas el diámetro a diferentes alturas y calcular el volumen con estas dimensiones. El volumen será más exacto a medida que el número de diámetros medidos sea mayor (FAO, 1980).

La estimación del volumen del árbol individual es un problema relevante en dendrometría e inventarios forestales (Chechi *et al.* 2005 citado por Ruiz 2007).

En general, el contenido volumétrico se considera en función de las variables diámetro a la altura del pecho, altura total o altura del fuste hasta su bifurcación y alguna expresión de la forma del fuste (Prodán, *et al.* 1997 citado por Ruiz 2007).

Loján (1965) añade que el volumen del árbol es función de muchas variables (diámetros, altura, forma, edad, etc.), mientras más variables se incluyan en una fórmula más exactitud habrá en su determinación; en trabajos forestales se presenta el caso de medir varios cientos o miles de árboles en pie, en estos casos se estima el volumen del árbol en base a una o más variables o sea que se calcula el volumen esperado en base de tales variables, en otras palabras que sea lo más cercana posible a la real; tal es así que los árboles del mismo Dap tienen diferente altura y consecuentemente distinta forma y volumen, esto sucede aun con árboles de la misma especie y edad; ello se debe que no es posible encontrar una fórmula con valores constantes que se pueda aplicar a cualquier árbol.

La metodología usual para lograr estimaciones de volumen comercial se ha caracterizado por la obtención de ecuaciones de volumen para cada diámetro superior límite en función del diámetro a 1,30 m y la altura total (Pecé de Ríos 1994).

Según FAO (1981), la estimación directa de volúmenes individuales de árboles puede hacerse:

- Con fórmulas geométricas para volúmenes de sólidos simples y gráficos.
- Con relaciones cuantitativas entre los parámetros medidos y los volúmenes, como son ecuaciones establecidas por análisis de regresión.
- Volumen entre dos puntos cualesquiera del fuste, o volumen hasta cualquier índice de utilización.

2.5. Relaciones de estimación

2.5.1. Selección de variable.

El propósito general de la selección de variables es establecer una ecuación de regresión lineal para una variable respuesta Y en términos de ciertas variables predictoras X_1, X_2, \dots, X_k (o funciones de éstas), tratando de conciliar dos criterios contrapuestos: por una parte, incluir tantas variables X_s como sea posible para que la ecuación sea útil para propósitos predictivos, y por otra parte, incluir el menor número posible de variables X_s para disminuir los costos de obtención de información. De esta manera el problema se convierte en “buscar un balance entre simplicidad y ajuste” y es precisamente a lo que nos referimos al hablar del problema de “seleccionar la mejor ecuación de regresión”. (Mederos y Linares 2000)

2.5.2. Ecuación de volumen.

Cotta (1821), citado por Domínguez (1995), sentó el principio básico de las tablas de volumen. “El volumen de un árbol depende del diámetro, la altura y la forma. Cuando el volumen correcto de un árbol ha sido determinado, este es válido para todos aquellos árboles del mismo diámetro, altura y forma.”

FAO (1974) emplea la expresión “ecuación de volumen” en vez de la más común “tablas de cubicación” con el objeto de indicar que solamente se tratara de las ecuaciones (o formulas) que dan el volumen de un árbol (“variable dependiente”) como una función de las características (principalmente diámetro normal y altura) y obtenidas a partir de análisis de regresión estadística.

Las ecuaciones y tablas de volumen son herramientas de vital importancia para el profesional forestal, porque le permiten agilizar el proceso de la toma de decisiones, ya que facilitan el procesamiento y sistematización de la información colectada, reduciendo el tiempo necesario para su análisis y la obtención de los resultados (Mora y Gómez 2003).

La ventaja del uso de las ecuaciones de volumen en el inventario forestal es evidente; porque permite a partir de mediciones detalladas en un número limitado de árboles juiciosamente seleccionados dentro de la superficie forestal (“árboles muestra”), la estimación objetiva del volumen de un número de árboles mucho más grande en las unidades de muestreo y finalmente la estimación de volúmenes totales y medios dentro de la superficie inventariada (Bautista 2000).

Las ecuaciones de volumen obtenidas a partir de árboles que crecen en estado natural, generan estimaciones que se aplican bajo tales condiciones. Puesto que es necesario contar con una primera aproximación para predecir el volumen en las plantaciones, el empleo de ecuaciones para árboles en estado natural puede no ajustarse a las condiciones de crecimiento en dichas plantaciones (Flores 1995)

Malleux (1970), citado por Bautista (2000) menciona que cada vez se hace más urgente contar con tablas de volumen de especies forestales individuales y en grupo con el fin de facilitar la labor del inventario forestal y los trabajos de cubicación de madera con fines comerciales o de investigación

La necesidad de disponer de ecuaciones que permitan la estimación de valores precisos de las existencias de una masa forestal es vital en manejo forestal. Si a esto se une el creciente interés por la planificación de la gestión de las masas forestales y por su ordenación, en definitiva, aumenta la importancia de contar con modelos de estimación de volumen (Salas *et al.* 2005).

El trabajo de construcción de ecuaciones de volumen consiste según Phillip (1994) en tres etapas:

- Medición de los volúmenes individuales de los árboles seleccionados que constituyen una muestra representativa de la población.
- Establecimiento de las relaciones entre las mediciones tomadas sobre los árboles y volúmenes.
- Elección del mejor modelo y verificación de la precisión de la tabla de volumen elaborada

Loetsch *et al.* (1973) realizó una recopilación de los modelos de ecuaciones de volumen más usadas con sus respectivos autores, la cual puede ser observada en la Tabla 1.

Los procedimientos de construcción de tablas de volumen, es decir, los métodos que se emplean para elaborar una tabla de volumen se clasifican en: métodos directos, métodos gráficos y métodos estadísticos (Bouchon, 1974; Caillez, 1980 citado por Barrena 1986).

2.5.2.1. Método de los mínimos cuadrados.

El método estadístico más utilizado es el análisis de regresión basado en el método de Mínimos Cuadrados (Cailliez 1980).

Para que la aplicación del Método de los Mínimos Cuadrados sea correcta debe cumplirse con las hipótesis de los Mínimos Cuadrados. Estas hipótesis pueden resumirse así: a) que la muestra sea obtenida al azar, b) que los parámetros medidos sobre cada unidad muestral son independientes, c) que la variancia sea homogénea (homocedasticidad), d) que las mediciones son hechas sin error, e) que los errores tengan una distribución normal y un promedio igual a 0 con una variancia constante (Philip 1994).

Las poblaciones de árboles no cumplen con estas hipótesis. La variancia de volumen de los árboles grandes es mucho mayor que la de los árboles pequeños, porque depende del valor del diámetro a la altura del pecho (dap) elevado al cuadrado, multiplicado por la altura (h), y todo elevado al cuadrado. (Munro 1964, citado por Barrena 1988). Además, se observa que esta característica puede acarrear inferencias estadísticas erróneas porque se incumple con la última hipótesis, como lo afirman (Chatterjee y Price 1977)

El fundamento principal del método de los Mínimos Cuadrados está en la distribución de los errores y en las distribuciones elementales de la probabilidad compuesta, obteniendo de esta manera los mejores ajustes cuando el tipo de curva o función se ha elegido con acierto (Mackay 1964).

Tabla 1: Modelos de ecuaciones de volumen más usadas

VARIABLES INDEPENDIENTES	AUTOR	MODELO
d	Kopezky-Gehrhardt Dissescu-Meyer Hohenadl-Krenn Berhout Husch 1963 Brenac	$V=b_0+b_1d^2$ $V=b_0d+b_1d^2$ $V=b_0+b_1d+b_2d^2$ $V=b_0+d^{b_1}$ $\log V=b_0+b_1\log d$ $\log V=b_0+b_1\log d+b_2(1/d)$
d, h	Spurr, 1951 Spurr, 1952 Ogaya Stoate Naslund Meyer (Comprensiva) Meyer (Modificada) Takata Shumacher-Hall Variable Logarítmica Modificada Instituto de Investigaciones Forestales (Alemania)	$V=b_1d^2h$ $V=b_0+b_1d^2h$ $V=d^2(b_0+b_1h)$ $V=b_0+b_1d^2+b_2d^2h+b_3h$ $V=b_1d^2+b_2d^2h+b_3dh^2+b_4h^2$ $V=b_0+b_1d+b_2d^2+b_3dh+b_4d^2h+b_5h$ $V=b_0+b_1d+b_2d^2+b_3dh+b_4d^2h$ $V=d^2h/(b_0+b_1d)$ $\log V=b_0+b_1\log d+b_2\log h$ $\log V=b_0+b_1\log(d^2h)$ $\log V=b_0+b_1\log d+b_2\log^2 d+b_3\log h+b_4\log^2 h$
d, h, hc, y/o B	Spruce Pine Birch	$V=b_1d^2+b_2d^2h+b_3dh^2+b_4h^2+b_5d^2hc$ $V=b_1d^2+b_2d^2h+b_3dh^2+b_4d^2hc+b_5dhB$ $V=b_1d^2+b_2d^2h+b_3dh^2+b_4h^2+b_5dhB$
d, h y qi ó di ó d_{0,3h}	Spurr Shroot-CUT Var. Combinada Schiffel Ogaya Pollanschutz Spurr Diamétrica Spurr Logarítmica	$V=b_0+b_1q_1d^2h$ $V=b_0+b_1q_1+b_2d^2h+b_3q_1d^2h$ $V=d^2h(b_0+b_1q_1+b_2(1/q_1h))$ $V=b_0+b_1d_{0,3h}dh$ $V=\pi/4(b_0d^2h+b_1dd_{0,3h}h+b_2h^2)$ $\log V=b_0+b_1\log d+b_2\log h+b_3\log d_i$ $\log V=b_0+b_1\log(d_idh)$

Donde:

V	= Volumen Cúbico	q	= Cociente de Forma
d	= Diámetro sin corteza	d_l	= Diámetro sobre el nivel del suelo
hc	= Altura de copa	g	= Área basal a la altura del pecho
B	= Doble grosor de corteza	h	= Altura de fuste
$d_{0,3h}$	= Diámetros a un tercio del fuste		

FUENTE: Loetsch et al. 1973

2.5.2.2. Análisis de los residuos.

En la elección del modelo de regresión, se deben tomar en cuenta los siguientes aspectos (Cailliez 1980):

- La simplicidad del modelo, esto es que tenga el menor número de coeficientes.

- Decidir si la regresión debe ser ponderada o no ponderada. La regresión debe ser ponderada cuando la varianza del volumen depende de las variables explicativas.

El mismo autor señala que no se puede juzgar un Análisis de Regresión por el valor numérico del coeficiente de correlación múltiple R, ya que el ajuste puede ser malo y el valor de R elevado, o por el contrario el valor de R bajo y el ajuste sea bueno. La forma correcta de evaluar la calidad de un Análisis de Regresión es mediante el Cuadrado Medio del Error, el cual es la variancia de los residuos.

El análisis de residuales es un instrumento que debe emplearse con un uso inteligente de la regresión múltiple. Su propósito es según FAO (1980):

- Determinar cuando los residuales de la regresión confirman los supuestos del modelo, es decir no están correlacionados, están normalmente distribuidos y tienen variancia uniforme.
- Evaluar la “falta de ajuste” en el modelo por una tendencia sistemática de los residuales.
- Examinar visualmente la forma de las relaciones entre los residuales y posibles variables predictoras todavía no introducidas en los modelos de regresión.

El residuo estimado para cada observación no es más que la diferencia entre el valor realmente observado y el valor medio previsto a partir del modelo estimado para esos valores concretos de las variables explicativas. Los residuos, son en realidad las estimaciones de los valores de las perturbaciones aleatorias en cada observación.

Determinadas representaciones gráficas de los residuos son extremadamente útiles para responder a algunas cuestiones que se plantean en la fase de validación de modelos de regresión (Romero y Zunica 1993)

El mismo autor afirma que el gráfico de los residuos et frente a los valores previstos para cada observación \hat{y} puede poner de manifiesto la existencia de relaciones no lineales o bien de dependencia de los residuos, como en los casos presentados en la Figura 1 respectivamente. Para estudiar qué variables son responsables de esta no linealidad, son especialmente útiles los gráficos del tipo “componente más residuo” en los que se representan frente a los valores de

x_{it} de una variable explicativa los valores y_t , una vez eliminados de los mismos los efectos estimados de las restantes variables explicativas.

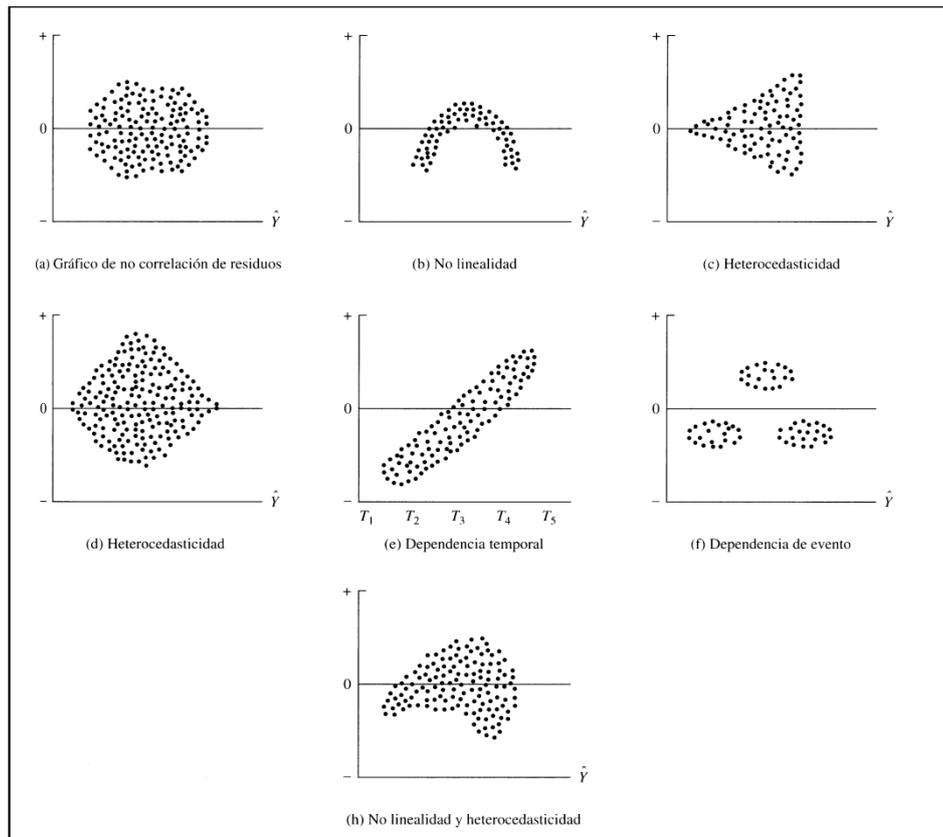


Figura 1: Comportamiento de los residuos contra residuos X_i y valores predichos

FUENTE: Romero Zunica 1993

2.5.2.3. Regresión ponderada.

FAO (1980) señala que la regresión debe ser ajustada con ponderaciones cuando la varianza del volumen depende de las variables explicativas. Esto es necesario con el fin de poder determinar la precisión con la cual la tabla estima el volumen de un rodal. Si la determinación de esta precisión no se considera necesaria y solo se desea obtener un buen ajuste (es decir sin sesgo y con pequeños residuales) la ponderación no es esencial.

También FAO (1980) indica que no es fácil conocer la relación entre la varianza del volumen y las variables; pues sería necesario una mayor cantidad de datos, más de los que usualmente se dispone. Y sostiene que no se ha podido constatar, cada vez que han sido colectadas muestras muy numerosas, que la varianza del volumen varía, a menudo muy

considerablemente, con el tamaño de los árboles. Esto implica recomendar el uso sistemático de regresión ponderada.

Barrena (1988) menciona a Cunia (1964) el cual afirma que en la estimación de volúmenes de árboles la homogeneidad de variancias es la hipótesis más importante; pero que, como ya hemos visto, no se cumple con ella. Para lograr la homogeneidad de variancias es necesario transformar las variables o ponderarlas aplicando la regresión ponderada basada en los Mínimos Cuadrados Ponderados.

Cunia (1979) mencionado por Ruiz (2007), afirma que en los últimos tiempos se está utilizando más las tablas de función logarítmica que las regresiones lineales, ya que las principales asunciones para una regresión son: Muestras estadísticamente independientes y homogeneidad condicional de variancias; pero la biomasa normalmente no cumple con esta última condición. Para corregir esta heterogeneidad de variancias se puede o bien transformar las variables o ponderar la ecuación de regresión.

El factor de ponderación a usarse con este método de los debe ser inversamente proporcional a las variancias de los valores por predecir. Por lo tanto, el factor de ponderación en la estimación de volúmenes de árboles debe ser proporcional a la inversa del *dap* al cuadrado por la altura (Munro 1964; Bouchon 1974; Cunia, 1964; Cailliez 1980 mencionado por Barrena 1988).

La Regresión por el método de los Mínimos Cuadrados Ponderados es recomendada cuando se requiere elaborar ecuaciones de volumen obteniendo, además de un buen ajuste, las inferencias estadísticas de la ecuación (Barrena 1988).

2.6. Selección de la mejor ecuación de volumen

La elección de la mejor ecuación de volumen deben ser lo más objetivas posible, es por eso que se deben clasificar de acuerdo a los siguientes criterios (Philip 1994):

- 1) La bondad del ajuste de la ecuación a los datos, medida por el Coeficiente de Determinación (R^2)
- 2) El error estándar de la media.
- 3) El cuadrado medio del Error (CME)
- 4) El índice de Furnival.

FAO (1980) menciona que no se debe juzgar la calidad de una regresión solamente por el valor numérico del coeficiente de correlación múltiple R (coeficiente de correlación V y V estimado = V ajustado). El ajuste puede ser malo y el valor de R elevado.

Si la ecuación de regresión describe un proceso se utilizará el R^2 , pero si esta predice valores entonces se emplea el CME (Chatterjee y Price 1977, citado por Barrena 1986).

A su vez, Lojan (1966) continúa diciendo que, con frecuencia, una tendencia no es bien definida y puede expresarse en diferentes ecuaciones; y surge la pregunta: ¿Cual ecuación se ajusta mejor a la tendencia? La respuesta se encuentra comparando los errores de estimación ya que hay mejor ajuste con la ecuación que da el error más pequeño.

Flores (1995) describe un procedimiento detallado por Barrena *et al.* (1986) y Barrena (1988) para la elaboración de ecuaciones de volumen y la selección entre un conjunto de modelos, la mejor ecuación que estime el volumen de los árboles.

La selección de la mejor ecuación se puede dividir arbitrariamente en tres etapas:

- 1) Ajuste de los datos a los modelos más prometedores de acuerdo a la experiencia o literatura disponible.
- 2) Selección de la mejor ecuación de acuerdo al cuadrado medio del error (CME)
- 3) Detección de alguna violación en el modelo elegido, sobre todo el supuesto de homocedasticidad y su corrección, ya sea mediante alguna transformación logarítmica o ponderando las variables por algún factor que logre estabilizar la variancia a lo largo

de la nube de puntos. En esta etapa la selección de la mejor ecuación se realiza con el empleo del índice de Furnival.

2.6.1. Índice de Furnival.

El índice de Furnival permite comparar las ecuaciones de volumen teniendo la ventaja de reflejar la dimensión de los residuales y, además, las infracciones contra las condiciones de los Mínimos Cuadrados: linealidad, normalidad y homocedasticidad (Furnival 1961 citado por Ruiz 2007).

El Índice de Furnival permite una comparación de ecuaciones que no tienen idéntica variable explicada ya que la variancia de ellas no se expresa en las mismas unidades (IBDF, 1983)

Este Índice sirve para comparar la precisión entre dos ecuaciones cuyos errores de estimación no son comparables directamente. (Lojan 1966)

Además, Gayoso *et al.* (2002) afirma que el Índice de Furnival es esencialmente una transformación aproximada de la función de verosimilitud y se debe tener presente entonces, que mide tanto la plausibilidad de la función de regresión como la de la distribución de los desvíos implícita en ella.

Cuando la variable dependiente es alguna función del volumen, este índice puede ser considerado como un error estándar promedio transformado a unidades de volumen. En consecuencia, la ecuación que presente el menor índice de Furnival, será la más apropiada (Philip 1994).

El índice de Furnival se computa de la siguiente forma: El valor de la raíz cuadrada del cuadrado medio del error se obtiene para cada modelo considerando el análisis de la varianza. La derivada de la media geométrica de la variable dependiente con respecto a y se obtiene para cada modelo observado. Entonces el índice de Furnival para cada modelo es obtenido multiplicando los valores correspondientes de la raíz cuadrada del cuadrado medio del error con la inversa de la media geométrica. (Jayaraman 1999)

La fórmula del índice de Furnival es la siguiente.

$$IF = [f'(v)]^{-1} \sqrt{S}$$

Donde:

IF = Índice de Furnival

$f(v)$ = Derivada de la variable

$[f'(v)]$ = Media geométrica de esta derivada

S = Cuadrado medio del error.

2.7. Estudios sobre forma y volumen en el Perú.

En el Perú, no existen muchos estudios realizados sobre volumetría y forma para bosques naturales, entre los trabajos que se tiene referencia se pueden resaltar los siguientes:

- Olivera (1971), realizó un estudio para la elaboración de tablas de volumen y determinación del coeficiente mórfico del *Eucaliptus globulus* en el distrito de Mito en Huancayo. Este estudio tuvo como objetivo dar a conocer una metodología conducente a la elaboración de tablas por medio de una variable combinada, siguiendo los lineamientos de una ecuación de regresión simple. Y es recomendada en caso de carecer de una computadora.
- Ordóñez, (1972), confeccionó tablas volumétricas y determinación del coeficiente mórfico en rodales de *Eucalipto globulus* en la hacienda “El Porvenir” en el valle del Mantaro.
- Malleux y Dance (1976), realizaron un inventario forestal exploratorio en Pucallpa; relacionando los datos de Altura Comercial con *dap* mediante un análisis de regresión, encontrando que mayormente las relaciones corresponden a ecuaciones de la forma cuadrática.
- Ojeda (1983), hizo un estudio de factor de forma para seis familias de especies forestales tropicales utilizando datos de la zona de Iquitos- Nauta. Determinó que existe una diferencia significativa entre el factor de forma de las familias Leguminosae, Lecythidaceae y Moraceae y el mismo factor de las familias Lauraceae, Myristicaceae y Sapotaceae. Además comprobó que el factor de forma de la clase diámetro menor a 30 cm. de las familias estudiadas es significativamente diferente al mismo factor correspondiente a diámetros mayores.

- En otro estudio, Ojeda y Terrazas (1987) desarrollaron una ecuación de volumen para la micro región 1 de Tahuamanu, siendo esta ecuación parte de la investigación desarrollada por los autores para el cálculo del volumen a partir de fotografías aéreas. En esta investigación se midieron parcelas de 0,5 ha muestreando todos los individuos mayores a 30 cm de *dap* en cada una de ellas.
- Barrena (1985) realizó un estudio sobre estimaciones del volumen de árboles de la Amazonia peruana a partir de ecuaciones de ahusamiento concluyendo en que las ecuaciones de ahusamiento para estimar volúmenes en el bosque amazónico de Madre de Dios proporcionan óptimos resultados y se obtienen mejores performances con las ecuaciones de ahusamiento.
- Además, en 1986 realizó un estudio metodológico para la selección de la ecuación de volumen más adecuada, utilizando los valores del Cuadrado Medio del Error (CME) y del Índice de Furnival tomando como datos 423 árboles de la Unidad Modelo de Manejo y Producción Forestal Dantas.
- Posteriormente en 1988 Barrena realizó un estudio sobre el uso de la regresión ponderada en la elaboración de ecuaciones de volumen, utilizando datos de 200 árboles provenientes de la micro región Iberia-Iñapari del departamento de Madre de Dios.
- Domínguez (1995) elaboró un modelo para la estimación de la biomasa de *Tessaria integrifolia* en la Reserva de Biosfera del Manu. La estimación de la biomasa se hizo adaptando la metodología para la selección de ecuaciones de volumen y del contenido del fuste. El autor recomienda a) el uso de un muestreo estratificado para la selección de individuos, b) la toma de muestra de igual dimensión a lo largo del fuste para capturar la variabilidad del contenido de humedad, para evitar la heterocedasticidad y para evitar la singularidad causada por la inclusión de las variables $\ln dap$ y $\ln daph^2$.
- Flores (1995) desarrollo un diseño de una ecuación de volumen de fuste para una población ribereña de *Cedrela odorata* en el valle del río Manu. Teniendo como resultado que las variables que mejor estima el comportamiento del volumen son D , D^2 , h , Dh , ponderada por el factor $1/D^4$.
- Bautista (2000) realizó un estudio de volumen de una plantación de Tornillo (*Cedrelinga cateniformes*), usando índices de forma. En este estudio se determinó la

mejor combinación de variables y parámetros dendrométricos para estimar el volumen de esta plantación utilizando la regresión ponderada en mínimos cuadrados. Los índices de forma utilizados fueron q (coeficiente de forma) y k (Índice de forma).

- Ruiz (2007) elaboró una ecuación de volumen para un bosque de terrazas altas en el Codo de Pozuzo tomando una muestra de 100 individuos arbóreos. La ecuación que mejor estimó el volumen del bosque de terrazas altas del Codo del Pozuzo es:

- $$V = -3,68 + 1,56 \text{ dap} + 0,0405 h + 0,433 \text{ dap}^2 h + 3,28 q$$

- Kometter y Maraví (2007), elaboraron una metodología para obtener tablas de conversión volumétrica de madera rolliza en pie a madera aserrada de Caoba (*Swietenia macrohylla*) utilizando los datos de campo de Sánchez (1985) y Ccahuana (2007).
- Entre otros estudios mencionados en la literatura encontrada se tiene: González (1958), diseñó tablas de cubicación para árboles en pie del bosque pluvial submontano andino; Sánchez (1985), elaboró una tabla de volumen standard para (Caoba) *Swietenia macrohylla* G. King en San Martín, Saposoa y se tiene referencia de Ovalle (2005), el cual determinó que el coeficiente de forma válido que debería usarse en la determinación del volumen de Caoba es 0,76, su estudio se realizó en el departamento de Madre de Dios.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Descripción del lugar de estudio.

La zona de estudio se encuentra en la región Madre de Dios, la cual es una de las áreas de distribución natural de la especie Caoba en el Perú. Esta región tiene la segunda mayor densidad actual de Caoba y es uno de los principales centros productores de madera donde se encuentran concesiones forestales con fines maderables que cuentan con planes de manejo forestal para el aprovechamiento de esta especie.

El área de estudio será descrita según MINAG (2003):

La región Madre de Dios se encuentra en la región sur oriental del territorio peruano, entre las coordenadas geográficas 9°57' y 13°20' latitud sur y 68°39' y 72°31' longitud oeste. Tiene una superficie de 85 182,63 km² que representa el 6,6 por ciento del territorio Nacional y el 15,3 por ciento de la región Amazónica.

Según la Zonificación Económica Ecológica, la región está zonificada de la siguiente manera: 66,75 por ciento zonas de protección ecológica (Áreas Naturales Protegidas y zonas de tratamiento especial), 29,61 por ciento bosques de producción permanente, 1,26 por ciento zonas para uso agropecuario, 1,67 por ciento zonas para producción pesquera y 0,72 por ciento zonas para otros usos.

Predomina el clima tropical húmedo, se identifican dos épocas marcadas por la precipitación pluvial: lluviosa con más de 1500 mm entre noviembre y abril y seca entre mayo y octubre.

La temperatura promedio anual es de 26,5 °C, con una temperatura mínima de 9 °C en ciertas épocas del año (friaje o surazo) y una máxima de 39,5 °C.

El relieve de Madre de Dios se caracteriza por presentar dos grandes unidades biofísicas cubiertas por bosques siempre verdes:

- a) La Cordillera Oriental y Faja Subandina.- Abarca alrededor de 30 por ciento del ámbito departamental, ubicada en las provincias de Tambopata y Manu entre las altitudes 500 y 3970 m.s.n.m., al sur oeste de la región, caracterizada por ser montañosa y colinosa, de

relieve accidentado, donde los suelos son superficiales y de baja fertilidad natural y conformadas de pizarras, lutitas, calizas, areniscas y cuarcitas, cuyo clima es perhúmedo y húmedo, debido a la alta precipitación anual que varía entre 3000 y 6000 mm. En esta unidad nacen los principales ríos: Manu, Madre de Dios, Inambari, Tambopata, Las Piedras, Los Amigos y Tahuamanu.

- b) La llanura de Madre de Dios.- Abarca cerca del 70 por ciento del territorio departamental, comprende las provincias de Tambopata y Tahuamanu, ubicada al Este del alineamiento montañoso subandino entre las altitudes 176 y 500 m.s.n.m., se caracteriza por presentar un relieve suave y ondulado, donde predomina la planicie aluvial (orillas y terrazas) y colinas bajas; los suelos constituidos por areniscas, arcillitas, limolitas de edad terciaria y por arenas, limos, arcillas y conglomerados aluviales del cuaternario; son suelos profundos y fértiles en caso de los aluviales inundables, y superficiales y poco fértiles en caso de las colinas bajas con déficit de agua en la época seca del año. El clima varía entre húmedo y subhúmedo con precipitaciones que oscilan entre 1500 y 3000 mm. Esta unidad es recorrida en su mayor extensión los principales ríos de la cuenca de Madre de Dios.

3.2. Materiales.

3.2.1. Instrumentos de campo.

La información de campo fue tomada por el personal del proyecto "Evaluación de las existencias comerciales y estrategia para el manejo sostenible de la Caoba (*Swietenia macrophylla*) en el Perú". Para este fin se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Relascopeo de Bitterlich
- Brújula
- Cinta métrica dividida al milímetro
- Cintas de colores
- Serrucho
- Machete
- Cuchillo

- Libreta de campo
- Material y equipo fotográfico

3.2.2. Instrumentos de análisis de datos.

- Computadora Hp Procesador Centrino Solo, 512 MB RAM
- Impresora
- Papel bond
- Cartuchos de tinta
- Programa estadístico Minitab
- Programa estadístico SAS 6.0
- Paquete estadístico STATISTICA 5.0
- Lapiceros, lápices, resaltadores, etc.

3.2.3. Datos.

El presente estudio se realizó con información obtenida por el proyecto UNALM-ITTO PD 251/03 Rev. 3(F) “Evaluación de las existencias comerciales y estrategia para el manejo sostenible de la Caoba (*Swietenia macrophylla*) en el Perú”.

En Octubre del 2006 se evaluaron 120 árboles a partir de 30 cm de dap, ubicados en diferentes parcelas de corta anual (PCA) en la provincia de Iñapari, departamento de Madre de Dios de los Poas 2002 y 2006.

Las mediciones de los diámetros a diferentes alturas se hicieron con el relascopio de Bitterlich siguiendo la metodología desarrollada por Barrena *et al.* (2006):

- a) Se midió el dap, así como la altura al punto de copa y total.
- b) Si la altura comercial fue mayor o igual a los 12 m, el diámetro se midió cada 2 m.
- c) Si la altura comercial es menor o igual a los 12 m, el diámetro se midió cada 1 m.

- d) Se indicó la longitud de la última troza si fue menor a las longitudes diferente de 1 m en árboles de menos de 12 m de altura comercial y diferente de 2 m en árboles con longitudes mayores a 12 m de altura comercial.
- e) Se realizaron 2 mediciones de los diámetros a diferentes alturas siendo estas la del diámetro mayor y el diámetro menor de los árboles seleccionados.

3.3. Metodología.

3.3.1. Sobre la muestra

Se hizo una clasificación de la clase diamétrica de la muestra, asimismo se evaluaron los datos mediante la relación entre variables de la muestra y un análisis exploratorio de los residuales.

3.3.1.1. Relación entre variables de la muestra.

Se realizó un análisis de la muestra con el objetivo de determinar la relación funcional entre el volumen y las demás variables incluidas en los modelos, por medio del gráfico de la nube de puntos.

3.3.1.2. Análisis exploratorio.

Se realizó un análisis de los residuales de todos los modelos de este estudio, con el fin de descartar observaciones con valores extremos, los cuales originan un incremento del CME.

Este análisis se realizó utilizando el comando “Plots Outliner” del programa STATISTICA.

3.3.2. Forma

Con el fin de hacer una comparación del factor de forma mencionado en los “Lineamientos para elaborar un plan de manejo Forestal” (INRENA, 2003), se calculó el factor de forma de la muestra mediante los siguientes pasos:

- a) Se halló el volumen de los árboles mediante la multiplicación del diámetro a la altura del pecho (dap) y la altura del fuste (h).

$$V_c = \frac{\pi}{4} \times dap \times h$$

En donde:

$\pi = 3.1416$

dap= diámetro a la altura del pecho

h= altura del fuste

- b) Se halló el Factor de forma de cada árbol y el Factor de forma estimado de toda la muestra utilizando la siguiente fórmula:

$$f_a = \frac{V_r}{V_c} \quad \text{y} \quad f = \frac{\sum_1^{120} f}{120}$$

En donde:

V_r = Volumen real (m^3)

V_c = Volumen del cilindro (m^3)

f_a = Factor de forma de cada árbol

f = Factor de forma

- c) Finalmente se hizo un análisis de los resultados y el valor del coeficiente 0.65 utilizado por la Dirección General Forestal y de Fauna Silvestre del Ministerio de Agricultura (DGFFS – MINAG) en la estimación de volúmenes.

3.3.3. Volumen.

Se siguió la metodología recomendada por Barrena (1989) y Phillip (1986) para la construcción de Ecuaciones de Volumen y se describe de la siguiente manera:

3.3.3.1. Cálculo del volumen de árboles individuales.

El volumen total del fuste se obtuvo por adición de los volúmenes de las secciones medidas. Para hallar el volumen de las secciones se utilizó la fórmula Smalian:

$$V = \frac{D^2 + d^2}{2} \times L$$

En donde:

D= Diámetro mayor de la sección (m)

d= Diámetro menor de la sección (m)

L= Longitud de la sección (m)

V= Volumen (m³)

3.3.3.2. Elaboración de modelos según revisión bibliográfica.

Siguiendo a Barrena *et al* (1986) se revisó la bibliografía referente al uso de modelos lineales para el cálculo de volumen de los árboles.

3.3.3.3. Construcción de ecuaciones de volumen a partir de modelos originales.

Se construyeron 3 grupos nuevos de ecuaciones a partir de los modelos originales elaborados según la revisión bibliográfica; con los datos de la muestra se crearon cocientes de forma los cuales se agregaron a cada modelo original. Los cocientes de forma fueron: q_5 , q_{pc} y q_5q_{pc} .

Teniendo ahora 4 grupos de ecuaciones de la siguiente manera:

$V = b_0 + b_1d + b_3h$	modelo original
$V = b_0 + b_1d + b_3h + b_4q_5$	modelo original + q_5
$V = b_0 + b_1d + b_3h + b_4q_{pc}$	modelo original + q_{pc}
$V = b_0 + b_1d + b_3h + b_4q_5q_{pc}$	modelo original + q_5q_{pc}

Donde:

V : Volumen

d : Diámetro a 1,3 m

h : Altura

q_5 : Cocientes de forma a los 5 metros

q_{pc} : Cocientes de forma a la punta de copa

q_5q_{pc} : Multiplicación de los cocientes de forma

El primer grupo lo conformaron los modelos originales, encontrados en la bibliografía, el segundo grupo lo conforman los modelos originales con el cociente de forma q_5 , el tercero los modelos originales más el cociente de forma q_{pc} ; y el cuarto los modelos originales más la multiplicación de los dos cocientes de forma q_5q_{pc} .

3.3.3.4. Análisis de ecuaciones.

Los 4 grupos de ecuaciones construidos se sometieron a un procedimiento de regresión lineal múltiple del paquete estadístico STATISTICA 5.0 y el criterio para la selección fue el siguiente:

- a) Se analizaron los resultados del procedimiento de regresión que arrojó el paquete estadístico STATISTICA 5.0. siendo estos el Cuadrado Medio del Error (CME), El coeficiente de Determinación Ajustado (R^2 aj), Análisis de la Prueba t y Prueba F.
- b) Se inició con la evaluación del Coeficiente de Determinación Ajustado (R^2 aj) siendo las mejores aceptadas las ecuaciones que tuvieron los valores más altos.
- c) El primer criterio de selección fue analizando los resultados de la Prueba estadística t, siendo descartados los modelos que tuvieron algún coeficiente poco significativo. A su vez se hizo un análisis de los valores de la prueba F.
- d) El siguiente paso fue analizar el Cuadrado Medio del Error (CME), siendo los más aceptados los que tuvieron menor valor.
- e) Para juzgar la calidad de los Análisis de Regresión lineal, se procedió siguiendo los pasos recomendados por FAO (1980) en el análisis de los residuos, que consiste en calcular y graficar los residuales, versus el volumen estimado por la ecuación, para luego analizar la distribución de los mismas. Con este último paso se descartaron las ecuaciones que según el grafico representaban que tenían deficiencia de alguna variable.

3.3.3.5. Construcción de modelos ponderados de volumen a partir de modelos seleccionados.

Con el fin de resolver problemas de heterocedasticidad se hizo una ponderación de las ecuaciones. Los modelos a utilizar fueron los que quedaron después de pasar por los análisis el coeficiente de Determinación Ajustado (R^2 aj), Prueba t y Prueba F, Cuadrado Medio del Error (CME) y gráficos residuales.

La construcción de los nuevos modelos, consistió en agregarle pesos o factores a cada uno de las ecuaciones que fueron seleccionados anteriormente. El criterio para la determinación de los pesos fue utilizar las variables presentes en cada ecuación en particular como pesos de la misma. Si la ecuación presentaba 3 variables independientes, estas 3 variables se tomaron

como pesos además de la potencia cuadrada y cuarta de los de estas. Entonces se utilizaron pesos tanto variables independientes tenga el modelo.

De manera didáctica se presenta el ejemplo para el siguiente modelo $V = b_0 + b_1d + b_3h$, en este caso los pesos a tomar serian $1/d, 1/d^2, 1/d^4, 1/h, 1/h^2, 1/h^4$

3.3.3.6. Análisis de ecuaciones ponderadas.

Del mismo modo que la selección de ecuaciones anterior las nuevas ecuaciones construidas se sometieron a un procedimiento de regresión lineal múltiple del paquete estadístico SAS 6.0 y el criterio para la selección fue el siguiente:

- a) Se inició con la evaluación del Coeficiente de Determinación Ajustado (R^2_{aj}) siendo las mejores aceptadas las ecuaciones que tuvieron los valores más altos
- b) El primer criterio de selección fue analizando los resultados de la Prueba estadística t, siendo descartados los modelos que tuvieron algún coeficiente poco significativo. A su vez se hizo un análisis de los valores de la prueba F.
- c) A diferencia del procedimiento anterior solamente se hizo un pequeño análisis del Cuadrado Medio del Error (CME) de las ecuaciones con iguales variable independiente que fueron de $v/d, v/d^2$ y v/d^4 , no se pudo hacer un análisis general del grupo de ecuaciones construidas porque cada una tenía una variable independiente distinta.

3.3.3.7. Selección de la mejor ecuación.

Para elegir la mejor ecuación se halló el Índice de Furnival, el cual permite una comparación de las ecuaciones con distintas variables dependientes. La ecuación con menor índice y mejor resultado de los análisis fue elegida como la ecuación que mejor estima el volumen de los árboles en pie de la Caoba.

$$IF = [f'(V)]^{-1} S$$

En donde:

IF= Índice de Furnival

$f'(V)$ = Es la derivada de la variable dependiente con respecto al volumen.

$(f'(V))^{-1}$ = Media geométrica de esta derivada

S= Cuadrado Medio de Error

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Sobre la muestra.

La muestra está representada por 120 individuos entre los 20 cm a 212 cm de dap, en su mayoría provenientes del Rodal Semillero Tahuamanu y de los planes operativos anuales de las Concesiones Maderija-Maderacre del año 2006. En la Tabla 2 se observa la distribución de los árboles por clase diamétrica.

Tabla 2: Distribución diamétrica de la muestra

CLASE DIAMETRICA	Número de árboles	
	Árboles	%
10-19,99	2	1,67
20-29,99	5	4,17
30 -39,99	5	4,17
40-49,99	9	7,50
50-59,99	7	5,83
60-69,99	14	11,67
70-74,99	6	5,0
75-79,99	3	2,5
80-89,99	3	2,5
90-99,99	10	8,33
100-109,99	15	12,50
110-119,99	6	5,0
120-129,99	6	5,0
130-139,99	9	7,50
140-149,99	6	5,0
150-159,99	1	0,83
160-169,99	2	1,67
170-179,99	2	1,67
180-189,99	5	4,17
190-199,99	2	1,67
200-209,99	0	0,0
210-219,99	1	0,83
220-229,99	1	0,83
Total	120	100,00

FUENTE: Elaboración propia

Se puede observar que los individuos de mayor abundancia se encuentran entre los 100 a 109 cm de diámetro (12,5 por ciento), seguido por individuos de los grupos de 60 a 69cm (11,67 por ciento).

4.1.1. Relación entre variables de la muestra.

Se puede observar en las relaciones de las Figuras 2 a la 5, que las variables dap , dap^2 , dh , y dh^2 presentan una relación cuadrática respecto al volumen, en caso de la variable d^2h en la Figura 6 se observa una relación lineal, además de la presencia de un dato anormal en la nube de puntos. En el caso de las Figuras 7 y 8 se aprecia que no existe una relación definida.

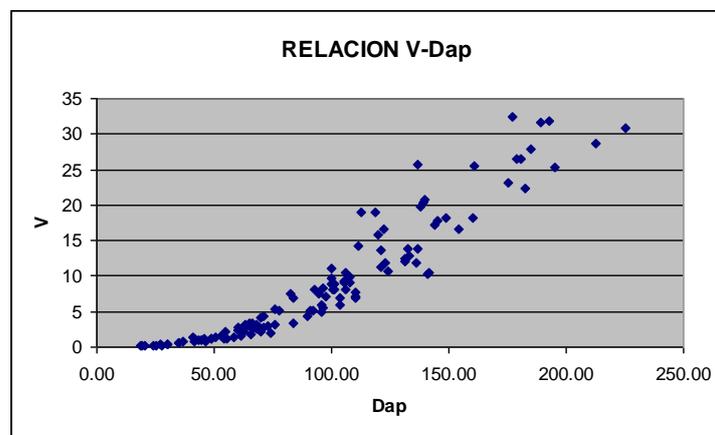


Figura 2: Relación entre el Volumen y el dap

FUENTE: Elaboración propia

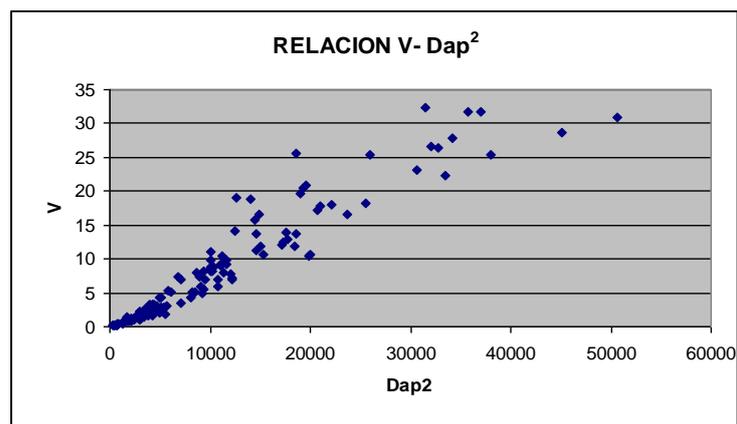


Figura 3: Relación entre el Volumen y el dap^2

FUENTE: Elaboración propia

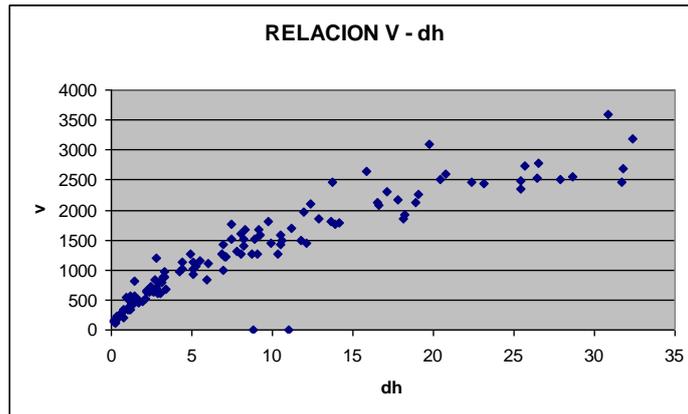


Figura 4: Relación entre el Volumen y dh

FUENTE: Elaboración propia

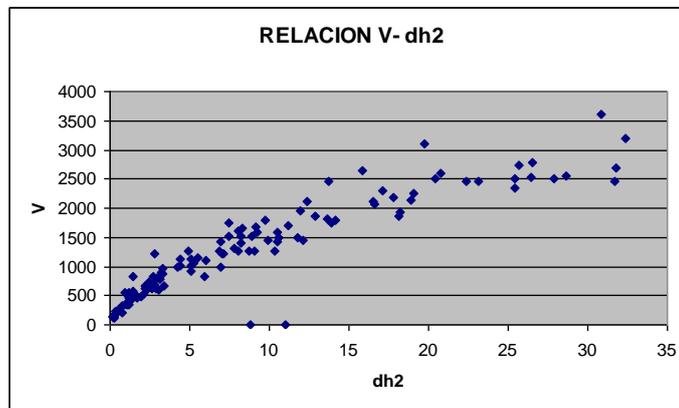


Figura 5: Relación entre el Volumen y dh^2

FUENTE: Elaboración propia

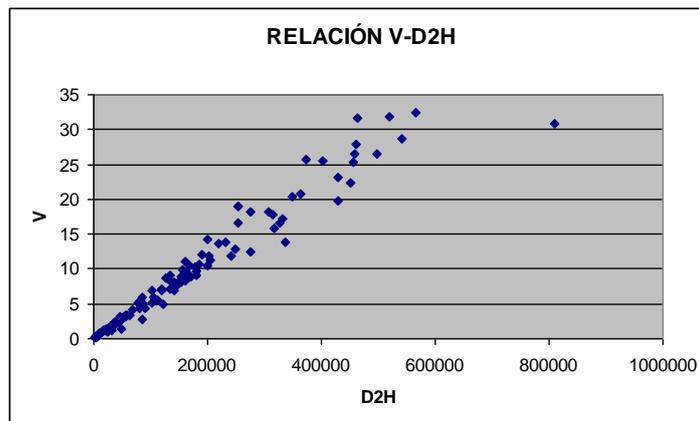


Figura 6: Relación entre el Volumen y d^2h

FUENTE: Elaboración propia

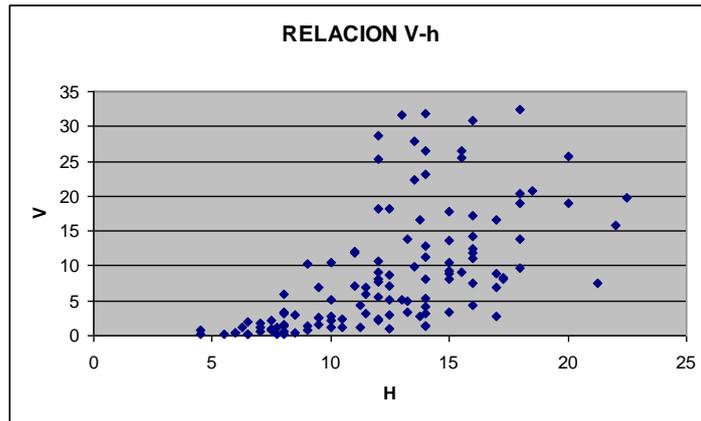


Figura 7: Relación entre el Volumen y h

FUENTE: Elaboración propia

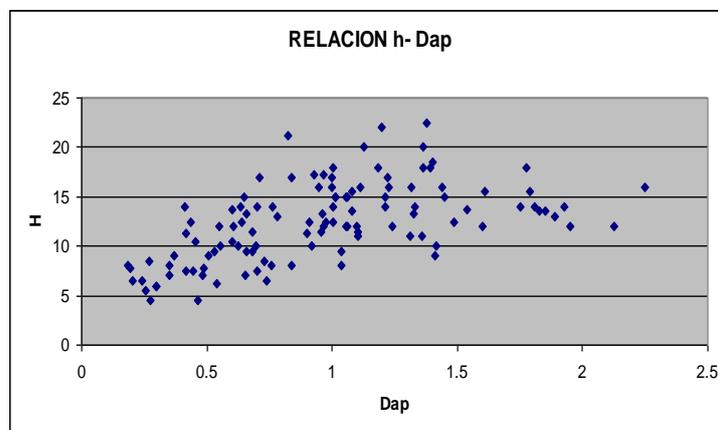


Figura 8: Relación entre la Altura y dap

FUENTE: Elaboración propia

4.1.1.1. Eliminación de observaciones anormales

En el gráfico de la Figura 6 que muestra la relación $V - d^2h$ ya se mencionó la existencia de un dato con valores muy alejados del grupo de árboles. Se identificó en la muestra este dato, siendo el árbol número 83, el cual presentaba anotaciones. Se trató de un árbol caído medido con cinta métrica a diferencia de los 119 árboles restantes que eran árboles en pie y medidos con relascopio, presentaba pudrición, lo cual alteró el resultado de su dap. Por este motivo el dato 83 fue eliminado de la muestra.

4.1.2. Análisis exploratorio de los residuales.

Se procesaron los datos de los 119 árboles en el programa STATISTICA, utilizando el comando Standard Residuals (análisis de regresión de los residuales), donde mostraron los datos que presentaron mayor anomalía dentro de cada modelo de los 4 grupos.

Se presenta en la Tabla 3 los resultados obtenidos del modelo 5 como un ejemplo de la forma en que se han analizado los datos anormales por cada modelo, en el cual podemos observar la muestra de los árboles con los residuales más extremos (Outliers) o con los valores más alejados de cero tanto para el lado positivo como negativo. En la línea de los Outliers se observa que nueve datos (11,18,28,49,53,54,57,59 y 97) han sido anormales.

Tabla 3: Resultado de los valores residuales extremos del modelo 5 grupo 1

mod 5:

Standard Residual: V (hdv-1--1.sta)

Outliers

	<i>Observed</i>	<i>Predictd</i>		<i>Standard</i>	<i>Standard</i>	<i>Std.Err.</i>
	<i>Value</i>	<i>Value</i>	<i>Residual</i>	<i>Pred. v.</i>	<i>Residual</i>	<i>Pred.Val</i>
11 . *	2,82573	6,45084	-3,62511	-0,26748	-4,4136	0,150454
18 * . . .	25,68084	23,8235	1,85739	1,823593	2,26138	0,295551
28 * . . .	16,60592	14,9314	1,67451	0,753294	2,03872	0,127945
49 * . . .	19,08022	16,6959	2,38429	0,965681	2,90289	0,220588
53 * . . .	13,62935	11,4114	2,218	0,329599	2,70042	0,102757
54 * . . .	10,97575	9,16065	1,8151	0,05869	2,20989	0,112791
57 * . . .	31,71307	28,8164	2,89672	2,424568	3,52677	0,231555
59 * . . .	26,52107	28,5702	-2,04908	2,394934	-2,4948	0,216929
97 * . . .	32,41477	34,6095	-2,19476	3,121868	-2,6721	0,382182
Minimum . *	2,82573	6,45084	-3,62511	-0,26748	-4,4136	0,102757
Maximum	32,41477	34,6095	2,89672	3,121868	3,52677	0,382182
Mean * . . .	19,93852	19,3855	0,55301	1,289416	0,67329	0,204528
Median * . . .	19,08022	16,6959	1,8151	0,965681	2,20989	0,216929

FUENTE: Elaboración propia

4.1.2.1. Eliminación de observaciones anormales

Los individuos 3 y 57 tuvieron el mayor número de apariciones en el análisis para cada modelo de los 4 grupos, es por ello que se decidió eliminarlos, para así tener una muestra limpia de 117 datos.

4.2. Forma.

4.2.1. Factor de forma.

En el Anexo 1 se muestran el total de individuos analizados con su respectivo Factor de Forma. Se puede observar la gran variabilidad existente entre los f de todos los individuos, teniendo como máximo factor el perteneciente al individuo número 82, el cual posee un Factor de Forma de 1.05, es decir este árbol es similar al cilindro obtenido a partir de su dap y su altura. El valor mínimo corresponde al individuo número 116, el cual posee un f de 0,372.

En la Tabla 4, se observa los Factores de Forma promedio por clase diamétrica de todos los árboles analizados, así como su respectiva desviación estándar, donde se indica que el valor promedio del factor de forma es 0,73 con una desviación estándar de 0,07. Este valor difiere de lo recomendado por el Ministerio de Agricultura (MINAG): Factor de Forma 0,65 en los Lineamientos para elaborar un plan de Manejo Forestal.

En la Figura 9 se muestra el gráfico de la tendencia del factor de forma; donde se puede observar una tendencia general de disminución del factor de forma conforme aumenta el diámetro, corroborando lo que indica la teoría al respecto (Larson, 1963; citado por Barrena 1990).

Tabla 4: Factor de Forma promedio por clase diamétrica

CLASE DIAMETRICA	PROMEDIO <i>f</i>	DESV. EST. <i>f</i>
70-74,99	0,77	0,08
75-79,99	0,83	0,02
80-89,99	0,72	0,06
90-99,99	0,66	0,07
100-109,99	0,77	0,09
110-119,99	0,80	0,16
120-129,99	0,72	0,08
130-139,99	0,71	0,12
140-149,99	0,72	0,07
150-159,99	0,65	
160-169,99	0,78	0,04
170-179,99	0,71	0,03
180-189,99	0,70	0,06
190-199,99	0,74	0,05
200-209,99	-	-
210-219,99	0,67	-
220-229,99	-	-
Promedio	0,73	0,07

FUENTE: Elaboración propia

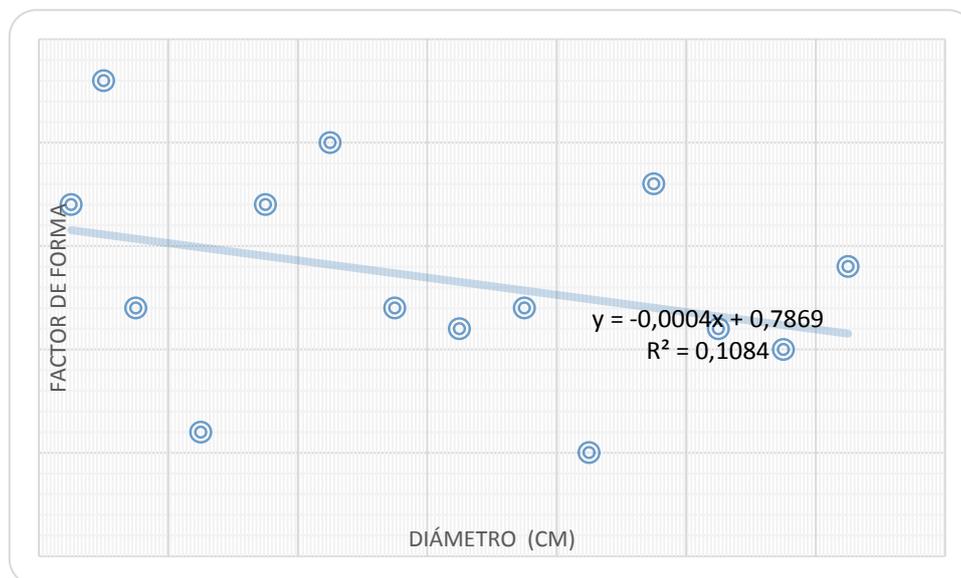


Figura 9: Tendencia del Factor de forma

FUENTE: Elaboración propia

4.3. Volumen.

4.3.1. Cálculo de volúmenes de árboles individuales.

Los volúmenes individuales fueron calculados utilizando la fórmula de Smalian para cada sección del fuste, observándose que el individuo 98 es el que posee mayor volumen (32,41m³), y el individuo 86 el menor volumen (0,155 m³), lo cual puede ser observado en el Anexo 2. El volumen total de la muestra es de 1062,97 m³, teniendo como promedio 8,86 m³ por individuo analizado.

4.3.2. Elaboración de modelos.

4.3.2.1. Elaboración de modelos según revisión bibliográfica.

En la Tabla 5 se presentan los 21 modelos de ecuaciones seleccionadas para el desarrollo del presente trabajo, dichos modelos constituyen la mayor parte de los tradicionales modelos de volumen empleados en diversos estudios (Spurr, Berkhout, Kopezky – Gehrhardt).

Tabla 5: Modelos de Ecuaciones Originales

Número	Variables Independientes	Modelo original
1	d	$V=b_0+b_1d$
2	d	$V=b_0+b_1d^2$
3	d,h	$V=b_0+b_1d^2h$
4	d	$V=b_0+b_1d+b_2d^2$
5	d,h	$V=b_0+b_1d^2+b_2h+b_3d^2h$
6	d,h	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4h+b_5d^2h$
7	d,h	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2h$
8	d,h	$V=b_0+b_1d^2+b_3d^2h+b_4h^2+b^5dh^2$
9	d,h	$V=b_0+b_1d^2+b^2h$
10	d,h	$V=b_0+b_1d+b_2d^2h$
11	d,h	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2h$
12	d,h	$V=b_0+b_1h+b^2d^2h$
13	d,h	$V=b_0+b_1dh+b_2d^2+b_3h$
14	d,h	$V=b_0+b_1d+b_2d^2+b_3d^2h$
15	d,h	$V=b_0+b_1dh$
16	d,h	$V=b_0+b_1d^2+b_2dh$

Continuación

Número	Variables Independientes	Modelo original
17	d,h	$V=b_0+b_1dh+b_2h$
18	d	$V=b_1d^2$
19	d	$V=b_1d+b_2d^2$
20	d,h	$V=b_1d+b_2d^2+b_3h$
21	d,h	$V=b_1d+b_2d^2+b_3dh$

FUENTE: Elaboración propia

4.3.2.2. Construcción de modelos a partir de modelos originales.

Se construyeron nuevos modelos a partir de los modelos originales en las que se incluyeron los cocientes forma q_5 , q_{pc} y q_5q_{pc} , en el Anexo 3 se muestran los valores hallados de los cocientes de forma q_5 , q_{pc} y la multiplicación de ambos q_5q_{pc} , estos datos han sido agregados a los modelos de ecuaciones originales.

Se obtuvo un total de 84 modelos repartidas en 4 grupos. Las mismas se presentan en la Tabla 5 siendo estas los modelos originales y en la Tabla 6 los grupos de modelos que derivaron de los modelos originales.

Tabla 6: Modelos de ecuaciones de los grupos 2, 3 y 4

N°	Modelos Grupo 2 (q₅)	Modelos Grupo 3 (q_{pc})	Modelos Grupo 4 (q₅q_{pc})
1	$V=b_0+b_1dq_5$	$V=b_0+b_1dq_{pc}$	$V=b_0+b_1dq_5q_{pc}$
2	$V=b_0+b_1d^2q_5$	$V=b_0+b_1d^2q_{pc}$	$V=b_0+b_1d^2q_5q_{pc}$
3	$V=b_0+b_1d^2hq_5$	$V=b_0+b_1d^2hq_{pc}$	$V=b_0+b_1d^2hq_5q_{pc}$
4	$V=b_0+b_1d+b_2d^2q_5$	$V=b_0+b_1d+b_2d^2q_{pc}$	$V=b_0+b_1d+b_2d^2q_5q_{pc}$
5	$V=b_0+b_1d^2+b_2h+b_3d^2hq_5$	$V=b_0+b_1d^2+b_2h+b_3d^2hq_{pc}$	$V=b_0+b_1d^2+b_2h+b_3d^2hq_5q_{pc}$
6	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4h+b_5d^2hq_5$	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4h+b_5d^2hq_{pc}$	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4h+b_5d^2hq_5q_{pc}$
7	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2hq_5$	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2hq_{pc}$	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2hq_5q_{pc}$
8	$V=b_0+b_1d^2q_5+b_3d^2h+b_4h^2+b^5dh^2$	$V=b_0+b_1d^2q_{pc}+b_3d^2h+b_4h^2+b^5dh^2$	$V=b_0+b_1d^2q_5q_{pc}+b_3d^2h+b_4h^2+b^5dh^2$
9	$V=b_0+b_1d^2q_5+b^2h$	$V=b_0+b_1d^2q_{pc}+b^2h$	$V=b_0+b_1d^2q_5q_{pc}+b^2h$
10	$V=b_0+b_1d+b_2d^2hq_5$	$V=b_0+b_1d+b_2d^2hq_{pc}$	$V=b_0+b_1d+b_2d^2hq_5q_{pc}$
11	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_5$	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_{pc}$	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_5q_{pc}$
12	$V=b_0+b_1h+b^2d^2hq_5$	$V=b_0+b_1h+b^2d^2hq_{pc}$	$V=b_0+b_1h+b^2d^2hq_5q_{pc}$
13	$V=b_0+b_1dh+b_2d^2q_5+b_3h$	$V=b_0+b_1dh+b_2d^2q_{pc}+b_3h$	$V=b_0+b_1dh+b_2d^2q_5q_{pc}+b_3h$
14	$V=b_0+b_1d+b_2d^2+b_3d^2hq_5$	$V=b_0+b_1d+b_2d^2+b_3d^2hq_{pc}$	$V=b_0+b_1d+b_2d^2+b_3d^2hq_5q_{pc}$
15	$V=b_0+b_1dhq_5$	$V=b_0+b_1dhq_{pc}$	$V=b_0+b_1dhq_5q_{pc}$
16	$V=b_0+b_1d^2+b_2dhq_5$	$V=b_0+b_1d^2+b_2dhq_{pc}$	$V=b_0+b_1d^2+b_2dhq_5q_{pc}$
17	$V=b_0+b_1dhq_5+b_2h$	$V=b_0+b_1dhq_{pc}+b_2h$	$V=b_0+b_1dhq_5q_{pc}+b_2h$
18	$V=b_1d^2q_5$	$V=b_1d^2q_{pc}$	$V=b_1d^2q_5q_{pc}$
19	$V=b_1d+b_2d^2q_5$	$V=b_1d+b_2d^2q_{pc}$	$V=b_1d+b_2d^2q_5q_{pc}$
20	$V=b_1d+b_2d^2q_5+b_3h$	$V=b_1d+b_2d^2q_{pc}+b_3h$	$V=b_1d+b_2d^2q_5q_{pc}+b_3h$
21	$V=b_1d+b_2d^2q_5+b_3dh$	$V=b_1d+b_2d^2q_{pc}+b_3dh$	$V=b_1d+b_2d^2q_5q_{pc}+b_3dh$

FUENTE: Elaboración propia

4.3.3. Análisis de regresión lineal.

4.3.3.1. Coeficiente de determinación ajustado (R^2 AJ)

En la Tabla 7, se presentan los valores del coeficiente de determinación ajustado (R^2) para el volumen de los 84 modelos de los 4 grupos de ecuaciones que arrojó el procedimiento de regresión lineal simple del paquete estadístico STATISTICA.

En el Grupo 1 vemos que el modelo con el más alto R^2 ajustado = 0,9823 es el modelo 21, en el Grupo 2 el mejor modelo es el 6, el cual tiene un R^2 ajustado = 0,9962, en el Grupo 3 el mejor modelo es el 21, el cual tiene un R^2 ajustado = 0,9917, finalmente en el Grupo 4 el mejor modelo es el 6, con un R^2 ajustado = 0,9968. Se observa que los valores más altos fueron los encontrados en los modelos 6 y 21. A su vez, se observan que todos los valores de R^2 ajustado de los 4 grupos de ecuaciones son mayores a 0,87, lo cual nos indica que todos logran tener un buen ajuste, por lo tanto, ninguno ha sido descalificado.

Tabla 7: Coeficiente de determinación ajustado (R^2) de los 4 grupos de ecuaciones

N°	Grupo 1 (original)	Grupo 2 (q_5)	Grupo 3 (q_{pc})	Grupo 4 (q_5q_{pc})
1	0,8707	0,9120	0,8709	0,8738
2	0,8989	0,9430	0,9121	0,9413
3	0,9719	0,9920	0,9907	0,9922
4	0,9016	0,9433	0,9151	0,9420
5	0,9716	0,9930	0,9909	0,9961
6	0,9716	0,9962	0,9914	0,9968
7	0,9717	0,9951	0,9912	0,9966
8	0,9721	0,9947	0,9913	0,9957
9	0,9374	0,9667	0,9561	0,9714
10	0,9716	0,9921	0,9906	0,9951
11	0,9718	0,9923	0,9909	0,9951
12	0,9716	0,9931	0,9908	0,9922
13	0,9565	0,9703	0,9680	0,9795
14	0,9717	0,9923	0,9913	0,9959
15	0,8864	0,8862	0,9122	0,8774
16	0,9622	0,9748	0,9770	0,9844
17	0,9518	0,9655	0,9598	0,9168
18	0,9514	0,9721	0,9577	0,9715
19	0,9510	0,9728	0,9573	0,9713
20	0,9662	0,9879	0,9733	0,9805
21	0,9823	0,9927	0,9917	0,9954

FUENTE: Elaboración propia

4.3.3.2. Análisis de la prueba estadística T y la prueba F.

Según los datos arrojados se observa en la Tabla 8, que todos los valores del estadístico F son altamente significativos, y referente a lo observado en los valores del estadístico t, se indican los parámetros que no fueron significativos (beta con valores igual a cero), habiendo otros que sí lo fueron (indicado con el símbolo **). Los valores no significativos fueron descartados.

Tabla 8: Prueba f y prueba t de los 4 grupos de ecuaciones

N°	Grupo 1 (original)		Grupo 2 (q_5)		Grupo 3 (q_{pc})		Grupo 4 (q_5q_{pc})	
	F	t	F	t	F	t	F	t
1	782,32	**	1203,01	**	783,46	**	804,05	**
2	1032,91	**	1921,38	**	1204,03	**	1859,87	**
3	4009,75	**	14454,04	**	12311,26	**	14756,98	**
4	532,52	**	966,81	$b_1=0$	626,31	**	943,45	$b_1=0$
5	1322,81	$b_1=b_2=0$	5520,61	$b_1=0$	4212,47	$b_1=b_2=0$	9992,71	**
6	795,27	$b_1=b_2=b_3=b_4=0$	6096,72	**	2682,24	$b_1=b_2=b_4=0$	7341,10	**
7	996,82	$b_1=b_2=b_3=0$	5891,68	**	3269,31	$b_1=b_2=b_3=0$	8419,04	**
8	1010,56	$b_1=b_3=b_4=0$	5402,13	**	3301,88	$b_1=b_3=0$	6788,54	**
9	869,54	**	1684,88	**	1264,78	**	1972,43	**
10	1987,65	$b_2=0$	7298,67	$b_1=0$	6103,28	$b_1=0$	11754,91	**
11	1998,59	$b_1=0$	7502,84	**	6338,00	**	11754,91	**
12	1988,24	$b_1=0$	8352,87	**	6268,87	$b_2=0$	7390,78	$b_1=0$
13	850,62	**	1266,35	$b_3=0$	1170,46	$b_3=0$	1845,40	$b_3=0$
14	1328,91	$b_1=b_2=0$	4963,22	$b_1=b_2=0$	4396,08	**	9441,63	$b_1=0$
15	905,88	**	904,13	**	1205,82	**	831,12	**
16	1476,82	**	2246,98	**	2468,28	**	3667,69	**
17	1146,00	**	1624,29	**	1385,29	**	639,91	**
18	2293,72	**	4084,50	**	2648,25	**	3993,28	**
19	1137,19	$b_1=0$	2090,09	$b_1=0$	1313,08	$b_1=0$	1982,62	$b_1=0$
20	1115,98	**	3183,58	**	1421,58	**	1964,60	**
21	2168,81	**	5330,81	**	4681,99	**	8445,86	**

FUENTE: Elaboración propia

Del grupo 1; a un nivel de significación del 5 por ciento, existe suficiente evidencia estadística para rechazar H_0 , afirmando que existen diferencias significativas entre los modelos establecidos para dicho grupo. Es decir, el modelo 1, 2, 3, 4, 9, 13, 15, 16, 17, 18, 20 y 21 presentan significancia en el estudio y los demás no son significativos. El modelo 3 es aquel que presenta mayor significancia por tener el valor de Fisher en porcentaje mayor (4009,75) que los demás y significativo en la prueba t-student, importante para representar el mejor

modelo que será establecido más adelante con las siguientes evaluaciones y si sigue el mismo patrón.

En el grupo 2, con la variable cociente de forma a los 5 metros (q_5), presenta a un nivel de significación del 5 por ciento que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que los modelos 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 15, 16, 17, 18, 20 y 21, son significativos y los demás no lo son; y el modelo que es más significativo por tener el valor de la prueba de Fisher mayor a los demás es el modelo 3, el mismo modelo establecido en el grupo anterior.

En el grupo 3, los modelos 1, 2, 3, 4, 9, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21 son significativos al 95 por ciento de confianza, siendo el modelo 3 más representativo por tener mayor porcentaje de la prueba de Fisher (1 2311,26) a comparación con los otros modelos.

Del grupo 4, solo son no significativos los modelos 4, 12, 13, 14 y 19 siendo significativos los demás modelos que poseen el 95 por ciento de confianza de ser incluidos en el estudio. Los modelos más representativos son, modelo 3 ($F=14756,98$), modelo 10 y el modelo 11 con el mismo valor de la prueba F ($F=11754,91$).

Finalmente, se observa que los valores más altos de la Prueba F son los arrojados por el modelo 3 (modelo que incluye d^2h) en los 4 grupos de ecuaciones, lo cual indica que este modelo presenta una de las mejores combinaciones de variables.

4.3.3.3. Cuadrado medio del error (CME)

En la Tabla 9 se presentan los valores del Cuadrado Medio del Error (CME) para el volumen de los modelos de los 4 grupos que cumplieron con las pruebas estadísticas t y F.

Las celdas vacías observadas pertenecen a los datos eliminados de los modelos que no fueron significativos en la evaluación de la prueba del estadístico t.

Tabla 9: CME de los 4 grupos de ecuaciones seleccionadas

N°	Grupo 1 (original)	Grupo 2 (q ₅)	Grupo 3 (q _{pc})	Grupo 4 (q ₅ q _{pc})
1	8,424	5,735	8,413	0,225
2	6,585	3,712	5,731	3,828
3	1,833	0,519	0,608	0,508
4	6,411		5,531	
5				0,251
6		0,247		0,205
7		0,319		0,224
8		0,348		0,277
9	4,079	2,17	2,859	1,862
10				0,32
11		0,5	0,591	0,27
12		0,449		
13	2,836			
14			0,568	
15	7,404	7,417	5,723	7,989
16	2,464		1,497	1,015
17	3,142		2,62	5,423
18	6,55	3,76	5,71	3,84
19				
20	4,558	1,633	3,603	2,626
21	2,383	0,98	0,114	0,62

FUENTE: Elaboración propia

En el Grupo 1 vemos que el modelo con el menor CME = 1,833 es el modelo 3, en el Grupo 2 el mejor modelo es el 6, el cual tiene un CME = 0,247, en el Grupo 3 el mejor modelo es el 21, con un CME = 0,114 y finalmente en el Grupo 4 tenemos que el mejor modelo es el 6, con un CME = 0,205.

4.3.3.4. Análisis de residuos.

A partir de los gráficos de Análisis de Residuos de todos los modelos evaluados a este nivel, se observó en forma general que no existe una homogeneidad de variancias de los errores o residuos en función del volumen estimado. Estos resultados nos indican que debe realizarse una regresión ponderada de los modelos para obtener una mejor estimación de los coeficientes.

Asimismo, el análisis de los gráficos descartaron 9 modelos, en el grupo 1, 9 modelos en el grupo 2, 9 modelos en el grupo 3 y 10 modelos en el grupo 4, los cuales presentaron un esquema de residuos con presencia de heteroscedasticidad en el cual la varianza del error es

proporcional al cuadrado de V estimado, como se puede observar en el caso del modelo 9 del Grupo 1 en la Figura 10 y en las Figuras 11 y 12 se aprecian como ejemplo dos de los modelos que mostraron un esquema de heteroscedasticidad en el que la varianza del error es proporcional a la variable V estimada los cuales son lo que se han seleccionado para someterlos a una regresión ponderada y se presentan en la Tabla 9.

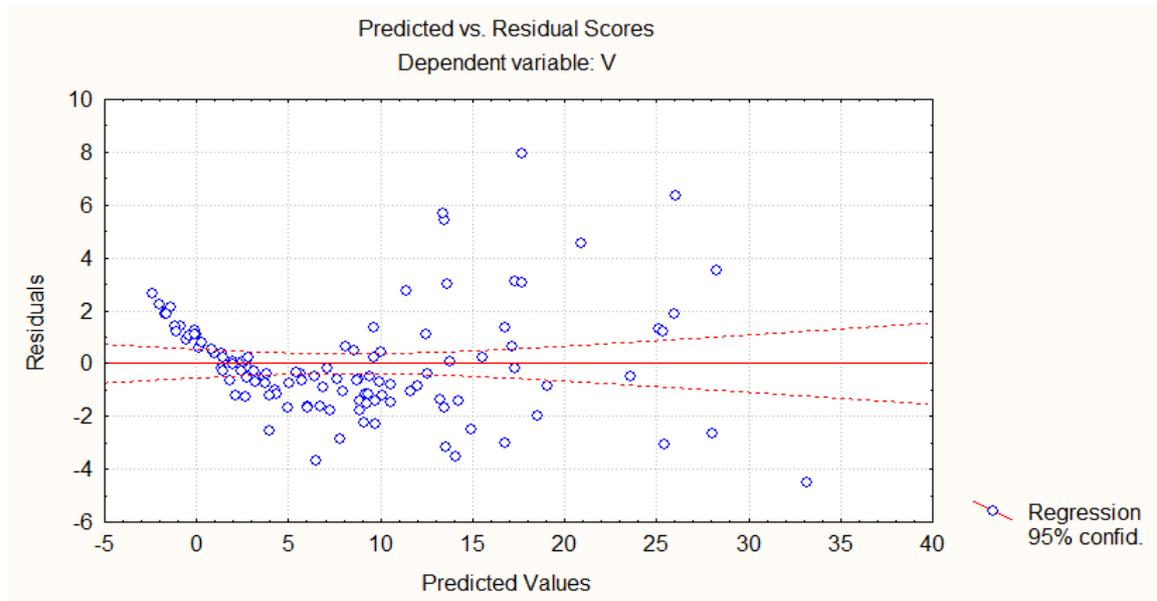


Figura 10: Grupo 1 Modelo 9 : Modelo Descartado

FUENTE: Elaboración propia

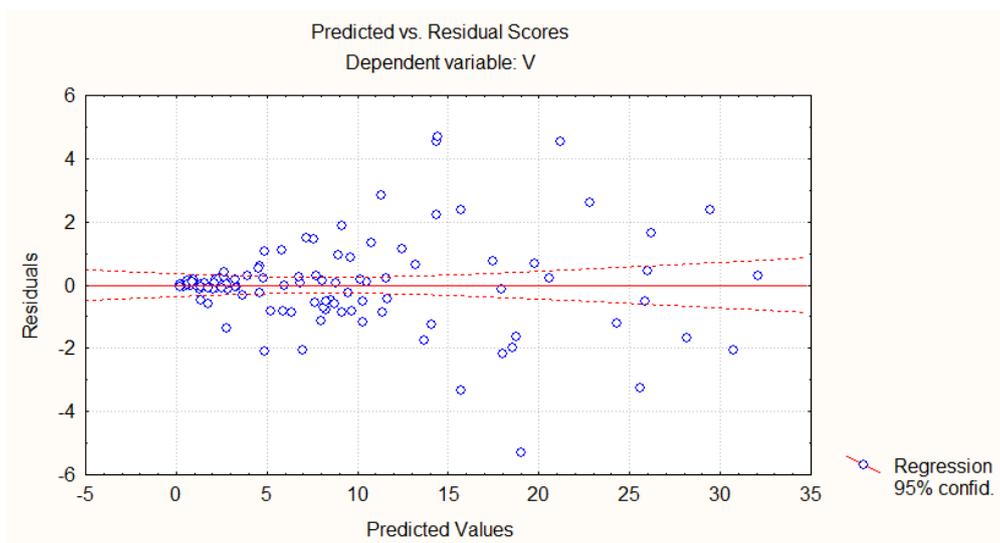


Figura 11: Grupo 1 Modelo 3 : Modelo seleccionado para ponderar

FUENTE: Elaboración propia

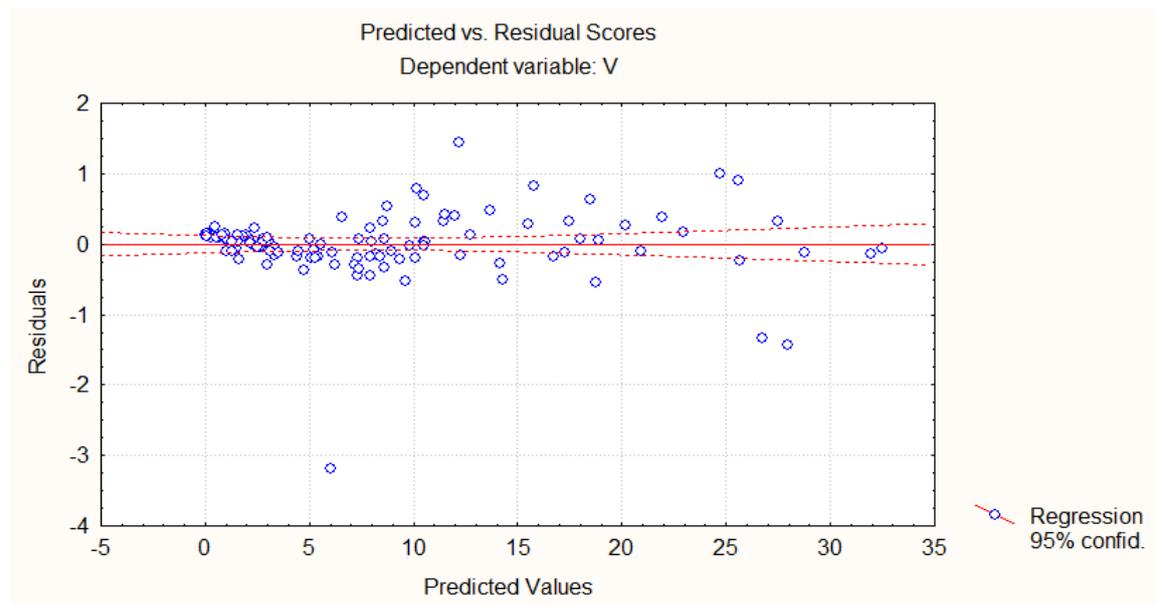


Figura 12: Grupo 4 Modelo 7 :Modelo seleccionado para ponderar

FUENTE: Elaboración propia

4.3.3.5. Selección de ecuaciones.

En la Tabla 10 se observan los modelos que al nivel del análisis gráfico de los residuos han sido seleccionados pero que presentan heterocedasticidad y deberá ser corregido con la regresión ponderada.

Tabla 10: Modelos seleccionados

N° de Modelo	Modelo
Grupo 1	
2	$V=b_0+b_1d^2$
3	$V=b_0+b_1d^2h$
18	$V=b_1d^2$
Grupo 2	
2	$V=b_0+b_1d^2q_5$
3	$V=b_0+b_1d^2hq_5$
7	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2hq_5$
8	$V=b_0+b_1d^2q_5+b_3d^2h+b_4h^2+b_5dh^2$
11	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_5$
12	$V=b_0+b_1h+b_2d^2hq_5$
Grupo 3	
2	$V=b_0+b_1d^2q_{pc}$
3	$V=b_0+b_1d^2hq_{pc}$
11	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_{pc}$
18	$V=b_1d^2q_{pc}$
Grupo 4	
2	$V=b_0+b_1d^2q_5q_{pc}$
6	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4h+b_5d^2hq_5q_{pc}$
7	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2hq_5q_{pc}$
8	$V=b_0+b_1d^2q_5q_{pc}+b_3d^2h+b_4h^2+b_5dh^2$
11	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_5q_{pc}$
18	$V=b_1d^2q_5q_{pc}$

FUENTE: Elaboración propia

Finalmente, en la Tabla 11, se indica el mejor modelo de cada grupo, basándonos en el modelo que presento el menor CME según los resultados de la Tabla 9.

Tabla 11: Mejor modelo por grupo de ecuaciones seleccionadas

Grupo	Modelo	Variable independiente	CME
1	3	d2h	1,833
2	7	d,dh,d ² ,h,d ² hq _{5qpc}	0,319
3	11	d ² ,d ² hq _{pc}	0,591
4	6	d,dh,d ² ,d ² hq _{5qpc}	0,205

FUENTE: Elaboración propia

4.3.4. Elaboración de modelos ponderados.

4.3.4.1. Construcción de modelos ponderados de volumen a partir de modelos seleccionados.

Luego de analizar los residuos de las mejores ecuaciones se procedió a la ponderación de los modelos con distintos factores.

Se consideró para el análisis de la regresión ponderada el uso de las ecuaciones seleccionadas de la Tabla 9, donde muchos de los modelos incluyen altos valores del CME, debido a que probablemente estos podrán ser mejorados con los factores de ponderación.

En la Tabla 12 se presenta los factores ó pesos (w) utilizados para cada modelo resultante, donde se puede observar que en el modelo 2 se le aplicaron los pesos d , d^2 , d^4 , entonces esto generó 3 nuevas ecuaciones con las siguientes variables dependiente: V/d , V/d^2 y V/d^4 , este mismo procedimiento se realizó con los 19 modelos seleccionados.

Como resultado se construyeron 112 nuevas ecuaciones con diferentes variables independientes.

Tabla 12: Pesos (w) o factores utilizados en la construcción de modelos ponderados

N°	Modelo	Pesos (w)
Grupo 1		
2	$V=b_0+b_1d^2$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴
3	$V=b_0+b_1d^2h$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² h, 1/d ⁴ h
18	$V=b_1d^2$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴
Grupo 2		
2	$V=b_0+b_1d^2q_5$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² q ₅ , 1/d ⁴ q ₅
3	$V=b_0+b_1d^2hq_5$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq ₅ , 1/d ⁴ hq ₅
7	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2hq_5$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq ₅ , 1/d ⁴ hq ₅ , 1/dh, 1/d ² h, 1/d ⁴ h
8	$V=b_0+b_1d^2q_5+b_3d^2h+b_4h^2+b_5dh^2$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq ₅ , 1/d ⁴ hq ₅ , 1/dh ² , 1/dh ⁴ , 1/h, 1/h ²
11	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_5$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq ₅ , 1/d ⁴ hq ₅
12	$V=b_0+b_1h+b_2d^2hq_5$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq ₅ , 1/d ⁴ hq ₅ , 1/h, 1/h ²
Grupo 3		
2	$V=b_0+b_1d^2q_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² q _{pc} , 1/d ⁴ q _{pc}
3	$V=b_0+b_1d^2hq_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq _{pc} , 1/d ⁴ hq _{pc}
11	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq _{pc} , 1/d ⁴ hq _{pc}
18	$V=b_1d^2q_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² q _{pc} , 1/d ⁴ q _{pc}
Grupo 4		
2	$V=b_0+b_1d^2q_5q_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² q ₅ q _{pc} , 1/d ⁴ q ₅ q _{pc}
6	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4h+b_5d^2hq_5q_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq ₅ q _{pc} , 1/d ⁴ hq ₅ q _{pc} , 1/dh, 1/d ² h, 1/d ⁴ h, 1/h, 1/h ²
7	$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2hq_5q_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq ₅ q _{pc} , 1/d ⁴ hq ₅ q _{pc} , 1/dh, 1/d ² h, 1/d ⁴ h
8	$V=b_0+b_1d^2q_5q_{pc}+b_3d^2h+b_4h^2+b_5dh^2$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² q ₅ q _{pc} , 1/d ⁴ q ₅ q _{pc} , 1/dh ² , 1/dh ⁴ , 1/h ² , 1/h ⁴
11	$V=b_0+b_1d^2+b_2d^2hq_5q_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² hq ₅ q _{pc} , 1/d ⁴ hq ₅ q _{pc}
18	$V=b_1d^2q_5q_{pc}$	1/d, 1/d ² , 1/d ⁴ , 1/d ² q ₅ q _{pc} , 1/d ⁴ q ₅ q _{pc}

FUENTE: Elaboración propia

4.3.5. Análisis de regresión ponderada.

Con el fin de identificar más fácilmente los modelos, con cada uno de sus pesos se optó por codificar a cada ecuación ponderada (se indica en la columna denominada Modelo de las Tablas 13 al 16).

4.3.5.1. Coeficiente de determinación ajustados (R²)

En las Tablas 13 al 16, se presentan los valores del coeficiente de determinación ajustado (R²) para el volumen de los nuevos modelos construidos de los 4 grupos de ecuaciones seleccionadas que arrojó el procedimiento de regresión ponderada del paquete estadístico SAS.

De manera general se observan que todos los valores de los R^2 ajustados son mayores a 0,89 y en su gran mayoría mayores a 0,99, lo cual nos indica que todos logran tener un buen ajuste, por otro lado, debido a la diferencia entre variables dependientes, no se puede llegar a determinar el mejor valor por grupo estudiado.

Tabla 13: Resultados Coeficiente de determinación ajustado (R^2) Grupo 1

<i>Grupo 1</i>			
<i>Modelo</i>	<i>Variable dependiente</i>	<i>Peso</i>	<i>R²</i>
2a	V/d ²	D ²	0,9227
2b	V/d	D	0,9152
2c	V/d ⁴	D ⁴	0,9084
3a	V/d ⁴	D ⁴	0,9743
3b	V/d	D	0,9754
3c	V/d ² h	D ² H	0,9801
3d	V/d ²	D ²	0,977
3e	V/d ⁴ h	D ⁴ H	0,9757
18a	V/d ²	D ²	0,936
18b	V/d	D	0,9449
18c	V/d ⁴	D ⁴	0,905

FUENTE: Elaboración propia

Tabla 14: Resultados Coeficiente de determinación ajustado (R^2) Grupo 2

Grupo 2			
Modelo	Variable dependiente	Peso	R^2
2a	V/d ²	D ²	0,9551
2b	V/d	D	0,9518
2c	V/d ² q ₅	D ² Q ₅	0,9563
2d	V/d ⁴	D ⁴	0,9415
2e	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ Q ₅	0,9417
3a	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ HQ ₅	0,9904
3b	V/d ² hq ₅	D ² HQ ₅	0,9934
3c	V/d ⁴	D ⁴	0,9909
3d	V/d ²	D ²	0,993
3e	V/d	D	0,9928
7a	V/d	D	0,9954
7b	V/d ²	D ²	0,9952
7c	V/d ⁴	D ⁴	0,9928
7d	V/dh	DH	0,9959
7e	V/d ² h	D ² H	0,9955
7h	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ HQ ₅	0,9929
8a	V/d	D	0,9949
8b	V/d ²	D ²	0,9948
8c	V/d ⁴	D ⁴	0,9934
8d	V/d ² hq ₅	D ² HQ ₅	0,9952
8e	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ HQ ₅	0,9936
8f	V/h ²	H ²	0,9961
8g	V/dh ²	DH ²	0,996
8h	V/h ⁴	H ⁴	0,997
8i	V/dh ⁴	DH ⁴	0,9966
11a	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ HQ ₅	0,9919
11b	V/d ² hq ₅	D ² HQ ₅	0,9941
11c	V/d ⁴	D ⁴	0,9915
11d	V/d ²	D ²	0,9932
11e	V/d	D	0,9931
12a	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ HQ ₅	0,991
12b	V/d ² hq ₅	D ² HQ ₅	0,994
12c	V/d ⁴	D ⁴	0,9936
12d	V/h	H	0,9944
12e	V/h ²	H ²	0,9952
12f	V/d	D	0,9937
12g	V/d ²	D ²	0,9936

FUENTE: Elaboración propia

Tabla 15: Resultados Coeficiente de determinación ajustado (R^2) Grupo 3

Grupo 3			
Modelo	Variable dependiente	Peso	R^2
2a	V/d^4q_{pc}	D^4Q_{PC}	0,8994
2b	V/d^2q_{pc}	D^2Q_{PC}	0,928
2c	V/d^4	D^4	0,8955
2d	V/d	D	0,9234
2e	V/d^2	D^2	0,9264
3a	V/d^4hq_{pc}	D^4HQ_{PC}	0,9876
3b	V/d^2hq_{pc}	D^2HQ_{PC}	0,9923
3c	V/d^4	D^4	0,9848
3d	V/d^2	D^2	0,9902
3e	V/d	D	0,9909
11a	V/d^4hq_{pc}	D^4HQ_{PC}	0,9876
11b	V/d^2q_{pc}	D^2HQ_{PC}	0,9923
11c	V/d^2	D^2	0,9902
11d	V/d^4	D^4	0,9846
11e	V/d	D	0,9911
18a	V/d^2q_{pc}	D^2Q_{PC}	0,94
18b	V/d^4q_{pc}	D^4Q_{PC}	0,8987
18c	V/d	D	0,9497
18d	V/d^2	D^2	0,9379
18f	V/d^4	D^4	0,8942

FUENTE: Elaboración propia

Tabla 16: Resultados Coeficiente de determinación ajustado (R^2) Grupo 4

Grupo 4			
Modelo	Variable dependiente	Peso	R^2
2a	V/d	D	0,9474
2b	V/d ²	D ²	0,9477
2c	V/d ⁴	D ⁴	0,9181
2d	V/d ² q ₅ q _{pc}	D ² Q ₅ Q _{PC}	0,9481
2e	V/d ⁴ q ₅ q _{pc}	D ⁴ Q ₅ Q _{PC}	0,9194
6a	V/d	D	0,9965
6b	V/d ²	D ²	0,9955
6c	V/d ⁴	D ⁴	0,9914
6d	V/dh	DH	0,9971
6e	V/d ² h	D ² H	0,9961
6f	V/d ⁴ h	D ⁴ H	0,9924
6g	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ² HQ ₅ Q _{PC}	0,9966
6h	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ⁴ HQ ₅ Q _{PC}	0,9935
6i	V/h	H	0,9975
6j	V/h ²	H ²	0,998
7a	V/d	D	0,9961
7b	V/d ²	D ²	0,9952
7c	V/d ⁴	D ⁴	0,9914
7d	V/dh	DH	0,9968
7e	V/d ² h	D ² H	0,9959
7f	V/d ⁴ h	D ⁴ H	0,9924
7g	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ² HQ ₅ Q _{PC}	0,9964
7h	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ⁴ HQ ₅ Q _{PC}	0,9935
8a	V/d	D	0,9965
8b	V/d ²	D ²	0,9954
8c	V/d ⁴	D ₄	0,9901
8d	V/dh ²	DH ₂	0,9974
8e	V/dh ⁴	DH ₄	0,9976
8f	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ₂ HQ ₅ Q _{PC}	0,9963
8g	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ₄ HQ ₅ Q _{PC}	0,9921
8h	V/h ²	H ₂	0,9979
8i	V/h ⁴	H ₄	0,9984
11a	V/d	D	0,9957
11b	V/d ²	D ₂	0,9948
11c	V/d ⁴	D ₄	0,9902
11d	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ₂ HQ ₅ Q _{PC}	0,9959
11e	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ₄ HQ ₅ Q _{PC}	0,9921
18a	V/d	D	0,9651
18b	V/d ²	D ₂	0,9555
18c	V/d ⁴	D ₄	0,917
18d	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ₂ Q ₅ Q _{PC}	0,9564
18f	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ₄ Q ₅ Q _{PC}	0,92

FUENTE: Elaboración propia

4.3.5.2. Análisis de la prueba estadística T y la prueba F.

Se observan en las Tablas 17 al 20, que todos los valores del estadístico F son altamente significativos, y referente a lo observado en los valores del estadístico t, se indican los parámetros que no fueron significativos (beta con valores igual a cero), habiendo otros que si lo fueron (indicado con el símbolo **). Los valores no significativos fueron descartados.

Del grupo 1; a un nivel de significación del 5 por ciento, existe suficiente evidencia estadística para rechazar H_0 en todos los casos, afirmando que existen diferencias significativas entre los modelos establecidos para dicho grupo. Es decir, todos los modelos presentan significancia en el estudio. A su vez, son los modelos de la serie de ecuaciones procedentes del modelo 3 (3a,3b,3c,3d,3e) las que presentan considerablemente mayores valores de la Prueba F, siendo el modelo 3c aquel que presenta mayor significancia por tener el valor de Fisher en porcentaje mayor (5718,045)

En el grupo 2, con la variable cociente de forma a los 5 metros (q_5), presenta a un nivel de significación del 5 por ciento que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que los modelos 7c, 7f, 7h, 8b, 8d, 8f, 8g, 8i, no son significativos y los demás si lo son; y son los modelos de los grupos 3 y 12 los más significativos por tener valores considerablemente más altos de la prueba de Fisher que los otros grupos, siendo el modelo 3b el más significativo de la prueba F.

En el grupo 3, con la variable cociente de forma al punto de copa (q_{pc}), presenta a un nivel de significación del 5 por ciento que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que todas las ecuaciones procedentes del modelo 11 (11a, 11b, 11c, 11d, 11e), no son significativos y los demás si lo son; siendo el modelo 3e el más representativo por tener mayor porcentaje de la prueba de Fisher (1 2695,1).

Del grupo 4, solo son no significativos solamente 3 modelos procedentes del grupo de ecuaciones del modelo 6 (6c, 6f, 6h), siendo significativos los demás modelos que poseen el 95 por ciento de confianza de ser incluidos en el estudio. Según lo indicado por la Prueba de Fisher el modelo 11a es el más representativo por tener un valor considerablemente más alto que los demás ($F=13285,2$).

Finalmente, se observan valores sumamente bajos de la prueba F en los modelos procedentes del grupo de ecuaciones del modelo 8.

Tabla 17: Resultados Estadístico F y T Grupo 1

Grupo 1				
Modelo	Variable dependiente	Peso	t	F
2a	V/d ²	D ²	**	1384,68
2b	V/d	D	**	1252,58
2c	V/d ⁴	D ⁴	**	1151,59
3a	V/d ⁴	D ⁴	**	4406,67
3b	V/d	D	**	4597,87
3c	V/d ² h	D ² H	**	5718,04
3d	V/d ²	D ²	**	4928,13
3e	V/d ⁴ h	D ⁴ H	**	4652,62
18a	V/d ²	D ²	**	1712,72
18b	V/d	D	**	2008,87
18c	V/d ⁴	D ⁴	**	1116,03

FUENTE: Elaboración propia

Tabla 18: Resultados Estadístico F y T Grupo 2

Grupo 2				
Modelo	Variable dependiente	Peso	t	F
2a	V/d ²	D ²	**	2469,09
2b	V/d	D	**	2293,02
2c	V/d ² q ₅	D ² Q ₅	**	2538,13
2d	V/d ⁴	D ⁴	**	1866,68
2e	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ Q ₅	**	1873,49
3a	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ HQ ₅	**	11937,5
3b	V/d ² hq ₅	D ² HQ ₅	**	17552,6
3c	V/d ⁴	D ⁴	**	12576
3d	V/d ²	D ²	**	16354,2
3e	V/d	D	**	16086,9
7a	V/d	D	**	6337,92
7b	V/d ²	D ²		6019,45
7c	V/d ⁴	D ⁴	b ₃ =0	4007,21
7d	V/dh	DH	**	7091,52
7e	V/d ² h	D ² H	**	6377,01
7f	V/d ⁴ h	D ⁴ H	b ₃ =0	4104,03
7g	V/d ² hq ₅	D ² HQ ₅	**	6298,78
7h	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ HQ ₅	b ₃ =0	4035,88
8a	V/d	D	**	5694,94
8b	V/d ²	D ²	b ₁ =0	5562,4
8c	V/d ⁴	D ⁴	**	4359,34
8d	V/d ² hq ₅	D ² HQ ₅	b ₁ =0	6013,37
8e	V/d ⁴ hq ₅	D ⁴ HQ ₅	**	4523,08
8f	V/h ²	H ²	b ₁ =0	7464,11
8g	V/dh ²	DH ²	b ₁ =0	7194,41

Continuación

Grupo 2				
Modelo	Variable dependiente	Peso	t	F
8h	V/h^4	H^4	**	9737,84
8i	V/dh^4	DH^4	$b_3=0$	8626,65
11a	V/d^4hq_5	D^4HQ_5	**	7137,55
11b	V/d^2hq_5	D^2HQ_5	**	9734,78
11c	V/d^4	D^4	**	6805,79
11d	V/d^2	D^2	**	8506,47
11e	V/d	D	**	8330,11
12a	V/d^4hq_5	D^4HQ_5	**	6413,36
12b	V/d^2hq_5	D^2HQ_5	**	9603,75
12c	V/d^4	D^4	**	9031,3
12d	V/h	H	**	10210
12e	V/h^2	H^2	**	12052,3
12f	V/d	D	**	9081,15
12g	V/d^2	D^2	**	9031,3

FUENTE: Elaboración propia

Tabla 19: Resultados Estadístico F y T Grupo 3

Grupo 3				
Modelo	Variable dependiente	Peso	t	F
2a	V/d^4q_{pc}	D^4Q_{PC}	**	1037,64
2b	V/d^2q_{pc}	D^2Q_{PC}	**	1495,27
2c	V/d^4	D^4	**	995,04
2d	V/d	D	**	1399,1
2e	V/d^2	D^2	**	1461,08
3a	V/d^4hq_{pc}	D^4HQ_{PC}	**	9263,99
3b	V/d^2hq_{pc}	D^2HQ_{PC}	**	14886
3c	V/d^4	D^4	**	7501,1
3d	V/d^2	D^2	**	11755,1
3e	V/d	D	**	12695,1
11a	V/d^4hq_{pc}	D^4HQ_{PC}	$b_1=0$	4621,46
11b	V/d^2q_{pc}	D^2HQ_{PC}	$b_1=0$	7446,13
11c	V/d^2	D^2	$b_1=0$	5886,65
11d	V/d^4	D^4	$b_1=0$	3720,69
11e	V/d	D	$b_1=0$	6440,72
18a	V/d^2q_{pc}	D^2Q_{PC}	**	1832,73
18b	V/d^4q_{pc}	D^4Q_{PC}	**	1038,48
18c	V/d	D	**	2211,44
18d	V/d^2	D^2	**	1768,29
18f	V/d^4	D^4	**	989,89

FUENTE: Elaboración propia

Tabla 20: Estadístico F y T Grupo 4

Grupo 4				
Modelo	Variable dependiente	Peso	t	F
2a	V/d	D	**	2091,28
2b	V/d ²	D ²	**	2103,12
2c	V/d ⁴	D ⁴	**	1301,12
2d	V/d ² q ₅ q _{pc}	D ² Q ₅ Q _{PC}	**	2121,61
2e	V/d ⁴ q ₅ q _{pc}	D ⁴ Q ₅ Q _{PC}	**	1324,97
6a	V/d	D	**	6556,97
6b	V/d ²	D ²	**	5139,65
6c	V/d ⁴	D ⁴	b ₂ =b ₄ =0	2679,22
6d	V/dh	DH	**	7919,06
6e	V/d ² h	D ² H	**	5928,39
6f	V/d ⁴ h	D ⁴ H	b ₄ =0	3031,29
6g	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ² HQ ₅ Q _{PC}	**	6851,16
6h	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ⁴ HQ ₅ Q _{PC}	b ₄ =0	3560,82
6i	V/h	H	**	9225,23
6j	V/h ²	H ²	**	11555,1
7a	V/d	D	**	7397,9
7b	V/d ²	D ²	**	5975,44
7c	V/d ⁴	D ⁴	**	3346,05
7d	V/dh	DH	**	9049,28
7e	V/d ² h	D ² H	**	7008,53
7f	V/d ⁴ h	D ⁴ H	**	3809,75
7g	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ² HQ ₅ Q _{PC}	**	8044,19
7h	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ⁴ HQ ₅ Q _{PC}	**	4467,04
8a	V/d	D	**	0,000559547
8b	V/d ²	D ²	**	7,48106E-07
8c	V/d ⁴	D ⁴	**	1,53308E-12
8d	V/dh ²	DH ²	**	2,7845E-05
8e	V/dh ⁴	DH ⁴	**	5,75387E-08
8f	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ² HQ ₅ Q _{PC}	**	3,27537E-08
8g	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ⁴ HQ ₅ Q _{PC}	**	6,63136E-14
8h	V/h ²	H ²	**	0,000220713
8i	V/h ⁴	H ⁴	**	0,000180413
11a	V/d	D	**	13285,2
11b	V/d ²	D ²	**	11118,2
11c	V/d ⁴	D ⁴	**	5868,62
11d	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ² HQ ₅ Q _{PC}	**	14170,3
11e	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ⁴ HQ ₅ Q _{PC}	**	7247,28
18a	V/d	D	**	3238,19
18b	V/d ²	D ²	**	2511,33
18c	V/d ⁴	D ⁴	**	1294,45
18d	V/d ² hq ₅ q _{pc}	D ² Q ₅ Q _{PC}	**	2565,32
18f	V/d ⁴ hq ₅ q _{pc}	D ⁴ Q ₅ Q _{PC}	**	1346,43

FUENTE: Elaboración propia

4.3.5.3. Cuadrado medio del error (CME)

Se observan en las Tablas 21 al 24, los valores del Cuadrado Medio del Error (CME) para el volumen de los nuevos modelos construidos de los 4 grupos de ecuaciones seleccionadas que cumplieron con las pruebas estadísticas t y F.

Para realizar la evaluación de los resultados, se procedió a analizar los CME entre variables dependientes iguales, y seleccionar la que presente el menor error.

Tabla 21: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) Grupo 1

Grupo 1			
Modelo	Variable dependiente	Peso	CME
2a	V/d^2	D^2	0,000422
2b	V/d	D	0,050620
2c	V/d^4	D^4	0,000000
3a	V/d^4	D^4	0,000000
3b	V/d	D	0,014690
3c	V/d^2h	D^2H	0,000008
3d	V/d^2	D^2	0,000125
3e	V/d^4h	D^4H	0,000000
18a	V/d^2	D^2	0,000450
18b	V/d	D	0,051640
18c	V/d^4	D^4	0,000000

FUENTE: Elaboración propia

Tabla 22: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) Grupo 2

Grupo 2			
Modelo	Variable dependiente	Peso	CME
2a	V/d^2	D^2	2,446260
2b	V/d	D	2,874950
2c	V/d^2q_5	D^2Q_5	2,667690
2d	V/d^4	D^4	2,748840
2e	V/d^4hq_5	D^4Q_5	3,059010
3a	V/d^4hq_5	D^4HQ_5	0,036940
3b	V/d^2hq_5	D^2HQ_5	0,029500
3c	V/d^4	D^4	0,429230
3d	V/d^2	D^2	0,383830
3e	V/d	D	0,427290
7a	V/d	D	0,271870
7b	V/d^2	D^2	0,261320
7d	V/dh	DH	0,018800
7e	V/d^2h	D^2H	0,018090
7g	V/d^2hq_5	D^2HQ_5	0,020600
8a	V/d	D	0,302420
8c	V/d^4	D^4	0,310400
8e	V/d^4hq_5	D^4HQ_5	0,024460
8h	V/h^4	H^4	0,000009
11a	V/d^4hq_5	D^4HQ_5	0,030940
11b	V/d^2hq_5	D^2HQ_5	0,026620
11c	V/d^4	D^4	0,396870
11d	V/d^2	D^2	0,369090
11e	V/d	D	0,412710
12a	V/d^4hq_5	D^4HQ_5	0,034410
12b	V/d^2hq_5	D^2HQ_5	0,026980
12c	V/d^4	D^4	0,347770
12d	V/h	H	0,029700
12e	V/h^2	H^2	0,002070
12f	V/d	D	0,378790
12g	V/d^2	D^2	0,347770

FUENTE: *Elaboración propia*

Tabla 23: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) Grupo 3

Grupo 3			
Modelo	Variable dependiente	Peso	CME
2a	V/d^4q_{pc}	D^4Q_{PC}	0,000000
2b	V/d^2q_{pc}	D^2Q_{PC}	0,000557
2c	V/d^4	D^4	0,000000
2d	V/d	D	0,045720
2e	V/d^2	D^2	0,000401
3a	V/d^4hq_{pc}	D^4HQ_{PC}	0,000000
3b	V/d^2hq_{pc}	D^2HQ_{PC}	0,000004
3c	V/d^4	D^4	0,000000
3d	V/d^2	D^2	0,000053
3e	V/d	D	0,005400
18a	V/d^2q_{pc}	D^2Q_{PC}	0,000601
18b	V/d^4q_{pc}	D^4Q_{PC}	0,000000
18c	V/d	D	0,047140
18d	V/d^2	D^2	0,000437
18f	V/d^4	D^4	0,000000

FUENTE: Elaboración propia

Tabla 24: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) Grupo 4

Grupo 4			
Modelo	Variable dependiente	Peso	CME
2a	V/d	D	0,031380
2b	V/d^2	D^2	0,000285
2c	V/d^4	D^4	0,000000
2d	$V/d^2q_5q_{pc}$	$D^2Q_5Q_{PC}$	0,000452
2e	$V/d^4q_5q_{pc}$	$D^4Q_5Q_{PC}$	0,000000
6a	V/d	D	0,002100
6b	V/d^2	D^2	0,000024
6d	V/dh	DH	0,000135
6e	V/d^2h	D^2H	0,000002
6g	$V/d^2hq_5q_{pc}$	$D^2HQ_5Q_{PC}$	0,000002
6i	V/h	H	0,013190
6j	V/h^2	H^2	0,000867
7a	V/d	D	0,002330
7b	V/d^2	D^2	0,000026
7c	V/d^4	D^4	0,000000
7d	V/dh	DH	0,000147
7e	V/d^2h	D^2H	0,000002
7f	V/d^4h	D^4H	0,000000
7g	$V/d^2hq_5q_{pc}$	$D^2HQ_5Q_{PC}$	0,000002
7h	$V/d^4hq_5q_{pc}$	$D^4HQ_5Q_{PC}$	0,000000
8a	V/d	D	0,00209

Continuación

Grupo 4			
Modelo	Variable dependiente	Peso	CME
8b	V/d^2	D^2	0,00002494
8c	V/d^4	D^4	4,66684E-09
8d	V/dh^2	DH^2	0,00000953
8e	V/dh^4	DH^4	5,4149E-08
8f	$V/d^2hq_5q_{pc}$	$D^2HQ_5Q_{PC}$	0,00000238
8g	$V/d^4hq_5q_{pc}$	$D^4HQ_5Q_{PC}$	4,34717E-10
8h	V/h^2	H^2	0,00089722
8i	V/h^4	H^4	0,00000488
11a	V/d	D	0,002590
11b	V/d^2	D^2	0,000028
11c	V/d^4	D^4	0,000000
11d	$V/d^2hq_5q_{pc}$	$D^2HQ_5Q_{PC}$	0,000003
11e	$V/d^4hq_5q_{pc}$	$D^4HQ_5Q_{PC}$	0,000000
18a	V/d	D	0,032710
18b	V/d^2	D^2	0,000313
18c	V/d^4	D^4	0,000000
18d	$V/d^2hq_5q_{pc}$	$D^2Q_5Q_{PC}$	0,000489
18f	$V/d^4hq_5q_{pc}$	$D^4Q_5Q_{PC}$	0,000000

FUENTE: Elaboración propia

a. Selección de mejores modelos por variable dependiente

En la Tabla 25, se presentan los modelos seleccionados por variable dependiente que contaron los menores valores del Cuadrado Medio del Error (CME) para el volumen de los nuevos modelos construidos de los 4 grupos de ecuaciones.

Tabla 25: Resultados Mínimos Cuadrados Ponderados (CME) por variable dependiente de los 4 grupos de ecuaciones

Grupo	Modelo	Variable dependiente	Peso
1	3 ^a	V/d^4	D^4
	3b	V/d	D
	3c	V/d^2h	D^2H
	3d	V/d^2	D^2
	3e	V/d^4h	D^4H
2	2c	V/d^2q_5	D^2Q_5
	7 ^a	V/d	D
	7b	V/d^2	D^2
	7d	V/dh	DH
	7e	V/d^2h	D^2H
	7g	V/d^2hq_5	D^2HQ_5
	8c	V/d^4	D^4
	8e	V/d^4hq_5	D^4HQ_5
	8h	V/h^4	H^4
12d	V/h	H	
3	2 ^a	V/d^4q_{pc}	D^4Q_{PC}
	2b	V/d^2q_{pc}	D^2Q_{PC}
	3 ^a	V/d^4hq_{pc}	D^4HQ_{PC}
	3b	V/d^2hq_{pc}	D^2HQ_{PC}
	3c	V/d^4	D^4
	3d	V/d^2	D^2
	3e	V/d	D
4	2c	V/d^4	D^4
	2d	$V/d^2q_5q_{pc}$	$D^2Q_5Q_{PC}$
	2e	$V/d^4q_5q_{pc}$	$D^4Q_5Q_{PC}$
	6b	V/d^2	D^2
	6d	V/dh	DH
	6e	V/d^2h	D^2H
	6g	$V/d^2hq_5q_{pc}$	$D^2HQ_5Q_{PC}$
	6i	V/h	H
	6j	V/h^2	H^2
	7f	V/d^4h	D^4H
	7h	$V/d^4hq_5q_{pc}$	$D^4HQ_5Q_{PC}$
	8 ^a	V/d	D
	8d	V/dh^2	DH^2
8e	V/dh^4	DH^4	
8i	V/h^4	H^4	

FUENTE: Elaboración propia

4.3.5.4. Índices de Furnival (IF)

En la Tabla 26 se presentan los valores hallados del Índice de Furnival de las ecuaciones que fueron seleccionadas después de la eliminación de ecuaciones por la prueba t y CME.

Se observa que el valor más bajo del Índice de Furnival en el Grupo 1 es el que corresponde al Modelo 3e, en el Grupo 2 el mejor modelo es el 8c, del grupo 3 el mejor modelo es el 3a y finalmente el modelo 7f obtuvo el valor más bajo de Índice de Furnival.

Tabla 26: Resultados del Índice de Furnival de los modelos seleccionados de los 4 grupos de ecuaciones ponderadas

<i>Grupo</i>	<i>Modelo</i>	<i>Variable dependiente</i>	<i>Peso</i>	<i>IF</i>
1	3a	V/d^4	D^4	$2,46318E^{-12}$
	3b	V/d	D	0,001483455
	3c	V/d^2h	D^2H	0,000362399
	3d	V/d^2	D^2	$1,67717E^{-06}$
	3e	V/d^4h	D^4H	$5,54283E^{-14}$
2	2c	V/d^2q_5	D^2Q_5	0,000284913
	7a	V/d	D	0,006381814
	7b	V/d^2	D^2	$7,65775E^{-05}$
	7d	V/dh	DH	0,000144069
	7e	V/d^2h	D^2H	$1,72971E^{-06}$
	7g	V/d^2hq_5	D^2HQ_5	$2,14934E^{-06}$
	8c	V/d^4	D^4	$1,2503E^{-08}$
	8e	V/d^4hq_5	D^4HQ_5	0,035086732
	8h	V/h^4	H^4	0,000242957
	12d	V/h	H	0,014794669
3	2 ^a	V/d^4q_{pc}	D^4Q_{PC}	$8,25716E^{-12}$
	2b	V/d^2q_{pc}	D^2Q_{PC}	$5,01242E^{-06}$
	3a	V/d^4hq_{pc}	D^4HQ_{PC}	$6,67432E^{-14}$
	3b	V/d^2hq_{pc}	D^2HQ_{PC}	$3,81585E^{-08}$
	3c	V/d^4	D^4	$1,89792E^{-12}$
	3d	V/d^2	D^2	0,010931714
	3e	V/d	D	0,089942108
4	2c	V/d^4	D^4	$4,40145E^{-12}$
	2d	$V/d^2q_5q_{pc}$	$D^2Q_5Q_{PC}$	$5,25513E^{-06}$
	2e	$V/d^4q_5q_{pc}$	$D^4Q_5Q_{PC}$	$9,11554E^{-12}$
	6b	V/d^2	D^2	$7,41326E^{-07}$
	6d	V/dh	DH	$1,21998E^{-05}$
	6e	V/d^2h	D^2H	$1,60626E^{-08}$
	6g	$V/d^2hq_5q_{pc}$	$D^2HQ_5Q_{PC}$	$3,12032E^{-08}$
	6i	V/h	H	0,009859376
	6j	V/h^2	H^2	0,000216962
	7f	V/d^4h	D^4H	$3,089E^{-14}$

Continuación

	7h	$V/d^4hq_5q_{pc}$	$D^4HQ_5Q_{PC}$	$5,97701E^{-14}$
	8a	V/d	D	8251,73
	8d	V/dh^2	DH^2	10921,3
	8e	V/dh^4	DH^4	12253
	8i	V/h^4	H^4	17676,8

FUENTE: *Elaboración propia*

4.3.5.5. Selección de la mejor ecuación.

Luego de aplicar la regresión ponderada a 112 modelos provenientes de 19 modelos de ecuaciones seleccionados por el análisis de regresión lineal, se ha seleccionado a las mejores ecuaciones por grupo estudiado.

En la Tabla 27 se presentan los 4 mejores resultados obtenidos del análisis de regresión ponderado realizado y se indican los valores del índice de Furnival, donde se observa que el modelo 7f con un factor de ponderación usado de d^4h correspondiente al grupo 4 es el que estima mejor el volumen maderable, por poseer el menor IF de $3,089E^{-14}$.

Tabla 27: Resultados de los mejores modelos por grupo estudiado en la regresión ponderada

Grupo	Modelo	Variables independientes	IF
1	3e	d^2h	$5,54283E^{-14}$
2	8c	d^2q_5, d^2h, h^2, dh^2	$1,2503E^{-08}$
3	3a	d^2hq_{pc}	$6,67432E^{-14}$
4	7f	$d, dh, d^2, d^2hq_5q_{pc}$	$3,089E^{-14}$

FUENTE: *Elaboración propia*

De esta manera la ecuación que mejor estima el volumen de madera de árboles en pie de Caoba en la Zona de Tahuamanu, Departamento de Madre de Dios con el menor IF es:

$$V=b_0+b_1d+b_2dh+b_3d^2+b_4d^2hq_5q_{pc}$$

$$V= 0,16073-0,01130 d+0,00039772 dh+0,00022887 d^2+0,00006968 d^2hq_5q_{pc}$$

Dónde:

d_{ap} : Diámetro a la altura del pecho (m)

h : Altura

V : Volumen (m^3)

q_5 : Cocientes de forma a los 5 metros

q_{pc} : Cocientes de forma a la punta de copa

q_5q_{pc} : Multiplicación de los cocientes de forma

Al respecto de esta ecuación, se observa que las variables independientes que la conforman son d , dh , d^2 y hq_5q_{pc} , y debido al difícil acceso a la zona del bosque húmedo tropical donde se ubican los individuos estudiados, podría resultar complicado obtener las variables que corresponden a los cocientes de forma a los 5 metros y punto de copa, ya que estos requieren de la toma de datos de los diámetros a las alturas mencionadas.

Por lo que también se podría recomendar el siguiente modelo con menor valor de índice de Furnival que corresponde al modelo 3e del Grupo 1 o del grupo original de ecuaciones, que posee un IF de $5,54283E^{-14}$ que sería más eficiente, y tan solo la conforma la variable d^2h . (Ecuación modelo 3e: $V=b_0+b_1d^2h$).

Ecuación alternativa: **$V=0,03504+0,56443 d^2h$**

Una ventaja de esta segunda opción es que tiene a la altura y el d_{ap} como únicas variables a tomar durante la etapa de campo, mientras que en la primera (7f); aparte de la altura y d_{ap} , requiere la toma de los d_{ap} a dos alturas distintas para el cálculo de los cocientes.

V. CONCLUSIONES

- 1) La ecuación de volumen más precisa que mejor estima el volumen de madera de la muestra de árboles en pie de Caoba en la Zona de Tahuamanu, Departamento de Madre de Dios es:

$$V = 0.16073 - 0.01130 d + 0.00039772 dh + 0.00022887 d^2 + 0.00006968 d^2 h_{5qpc}$$

- 2) La ecuación alterna a la anterior más eficiente es: $V = 0.03504 + 0.56443 d^2 h$, donde se disminuye notablemente el trabajo de campo (toma de datos)
- 3) La regresión ponderada mejora la calidad de las estimaciones de volumen de madera en árboles en pie de Caoba en la Zona de Tahuamanu, Departamento de Madre de Dios, según los datos utilizados en el presente estudio.
- 4) El factor de ponderación más adecuado para la estimación de volúmenes de madera de la muestra de árboles en pie de Caoba en la Zona de Tahuamanu, Departamento de Madre de Dios es $1/dh^4$
- 5) La estimación del volumen se mejoró notablemente agregando los cocientes de forma a los 5 metros y punto de copa en las ecuaciones de volumen de la muestra de árboles en pie de Caoba en la Zona de Tahuamanu, Departamento de Madre de Dios.
- 6) El factor de forma promedio encontrado en la muestra es mayor en más del 10 por ciento al factor de forma normado por el Ministerio de Agricultura.
- 7) El factor de forma promedio de la muestra es 0,73, el cual difiere de lo recomendado por el Ministerio de Agricultura (MINAG): Factor de Forma 0,65.
- 8) El factor de forma disminuye a medida que aumenta el diámetro a la altura del pecho.

VI. RECOMENDACIONES

- Se recomienda usar el método de los Mínimos Cuadrados Ponderados en la elaboración de ecuaciones de volumen de madera de árboles en pie.
- Se recomienda usar el Índice de Furnival para comparar ecuaciones de regresión ponderada.
- Se recomienda realizar más estudios de forma y volumen para explicar mejor el factor de forma por especie y lugares y sean utilizados por el Ministerio de Agricultura.
- Se recomienda usar los cocientes de forma en la elaboración de ecuaciones de volumen para mejorar los resultados.
- Que se haga más hincapié al estudio de la estadística en el curriculum de cursos de la carrera de Ingeniería Forestal.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barrena, V.; Dancé, J.; Sáenz, D. 1986. Metodología para la selección de ecuaciones de volumen. *Revista Forestal del Perú* 13(2): 3-12.
- _____ 1988. La regresión ponderada en la elaboración de ecuaciones de volumen. *Revista Forestal del Perú* 15(2): 21-28.
- _____ 1990. Estimaciones del volumen de árboles de la Amazonia peruana a partir de ecuaciones de ahusamiento. Traducción de Tesis para optar el grado de Maestría en Ciencias. Facultad de Forestaría y Geodesia. Universidad Laval. 115 p.
- Barrena, V.; Garnica, C.; Ocaña, J. 2006. Instructivo de campo, Brigada de Forma y Volumen. Proyecto UNALM-ITTO PD 251/03 Rev. 3(F) “Evaluación de las existencias comerciales y estrategia para el manejo sostenible de la Caoba (*Swietenia macrophylla*) en el Perú”. 33 p.
- Bautista, C. 2000. Estimación del volumen de un rodal cultivado usando índices de forma. Tesis para optar el Título de Ingeniero Forestal. Universidad Nacional Agraria La Molina. 64 p.
- Cailliez, F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento. Vol. 1. Estimación del volumen. Estudios FAO. Montes. 22/1. Roma. 92 p.
- Cárdenas, L.; Vasquez, M. 1987. Alcances Ecológico Silviculturales de la Especie *Swietenia macrophylla* King. *Matero* Vol. 1: 2-6.
- Chechi, E; Moscovich, F; Fassola, H; Hennig, A; Hampel, H; Domecq, C; Maletti, C. 2005. Tabla de volumen para *Grevillea robusta* A. En Misiones, Argentina. En: Décimas Jornadas Técnicas Forestales y Ambientales (Misiones, AR). 10 p. Consultado 20 jun 2007. Disponible en:
www.inta.gov.ar/montecarlo/info/documentos/forestales/crechigrevillea.pdf
- Domínguez, J. 1995. Elaboración y aplicación de un modelo para la estimación de la biomasa de *Tessaria integrifolia* Ruiz y Pav. (Asteraceae) (pájaro bobo) en la Reserva de Biosfera del Manu. Tesis para optar el Título de Ingeniero Forestal. Universidad Nacional Agraria La Molina. 67

- Flores, C. 1995. Ecuación del volumen de una población ribereña de *Cedrela odorata* en Madre de Dios. Revista Forestal del Perú. 22 (1-2):15-26.
- Furnival, G. 1961. An Index for comparing equations used in constructing volumes tables. Forest Science 7(4) 337-341.
- Gayoso, J.; Guerra, J.; Alarcón, D. 2002. Contenido de carbono y funciones de biomasa en especies nativas y exóticas (en línea). Universidad Austral De Chile. Consultado 15 jun. 2007. Disponible en:
<http://www.uach.cl/procarbono/Documentos/Informe%20Tecnico%20Biomasa.pdf>
- Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Forestal (IDBF) 1983. Inventario Forestal Nacional. Florestas Nativas. Río Grande Do Sul Dpto. de Economía Forestal Brasilia. 345 p.
- Instituto Nacional de Recursos Naturales (INRENA). 2006. Manual de Procedimientos administrativos para el aprovechamiento, transporte y exportación de la Caoba (*Swietenia macrophylla*) en el Perú. Dirección de Conservación de la Biodiversidad – IFSS. 46 p.
- Jayaraman, K. 1999. A Statistical Manual for Forestry Research.(en línea) FAO. Consultado 15 jun. 2007. Disponible en:
<http://www.ftp.fao.org/docrep/fao/003/X6831E/XE6831E00.pdf>
- Kometter, R.; Maravi, E. 2003. Tabla de conversión para el cálculo de volúmenes de madera aserrada- Caoba (*Swietenia macrophylla*). Metodología para elaborar tablas nacionales de conversión volumétrica de madera rolliza en pie a madera aserrada calidad exportación.
- Lamb, F.B. 1966. Mahogany of Tropical America: its ecology and management. Ann Arbor, University of Michigan Press. 220 p.
- Loetsch, F.; Zohrer, F.; Haller, H.E. 1973. Forest Inventory. Vol. II B.L.V. Verlagsgesellschaft mbh. Munich. 469 p.
- Lojan, I. 1966. Apuntes del curso de Dasometría (Medición en árboles individuales).CATIE. Turrialba. Costa Rica. 106p.
- _____ 1966. Algunas curvas útiles en Dasometría y su cálculo con cuadrados mínimos. CATIE. Turrialba. Costa Rica. 50p.

- Mackay, E; 1984. Dasometria, Teoría y Técnicas de las mediciones forestales. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes. Madrid. 760p.
- Malleux, J.; Montenegro, M. 1971. Manual de Dasometría. Proyecto FAO/UNDP. UNALM. Lima. 216 p.
- _____ 1982. Inventarios forestales en bosques tropicales. UNA, Departamento de Manejo Forestal. 414 p.
- Ministerio de Agricultura (MINAG). 2002. Plan Estratégico Regional de Madre de Dios (en línea). Consultado 7 abr. 2007. Disponible en: http://www.minag.gob.pe/polit_madre3.shtml
- Mora, F; Gómez, M. 2003. Ecuaciones y tablas de volumen para Árboles Individuales en Plantaciones de Teca (*Tectona grandis* Linn.) en la Vertiente del Pacífico de Costa Rica. 22 p.
- Organización Internacional de Maderas Tropicales (OIMT). 2004. Racionalizando el comercio de Caoba Informe del taller sobre el desarrollo de capacidad para la aplicación del listado de la Caoba en el Apéndice II de la CITES. Taller patrocinado por la OIMT y organizado INRENA y FONDEBOSQUE. 41 p.
- Ojeda, W. 1983. Factor de forma preliminar para seis familias de especies forestales tropicales. Revista Forestal del Perú 11(1-2): 95-100.
- Olivera, C. (1971). Elaboración de tablas de volumen y determinación del coeficiente mórfico del *Eucalyptus globulus* Labill. en el Distrito de Mito (Huancayo). Tesis para optar el Título de Ingeniero Forestal. Universidad Nacional del Centro del Perú. 60 p.
- Pecé de Ríos, M. 1994. Tabla de volumen comercial para *Eucalyptus pellita* utilizando el método de la razón volumétrica. Revista Quebracho, (2): 54-63.
- Pennington, TD. 2002. Mahogany carving a future. Biologist 49(5): 204-208.
- Philip, M.S. 1994. Measuring trees and forest. Centre for Agriculture and Biosciences International. Cambridge .Reino Unido. 310p.
- Reynel, C.; Pennington, R.; Pennington, T.; Flores, C.; Daza, A. 2003. Árboles útiles de la Amazonía Peruana, un manual con apuntes de identificación, ecología y propagación de las especies. Universidad Nacional Agraria La Molina. 48 p.

- Romero, R.; Zunica, L. 1993. ESTADÍSTICA Conceptos básicos - Análisis de la varianza - Diseño de experimentos - Modelos de regresión - Procesos estocásticos. Universidad Politécnica de Valencia. 302 p.
- Salas, C.; Nieto, L.; Isiarri, A. 2005. Modelos de volumen para *Pinus pinaster* Ait. en la Comarca del Baixo Miño, Galicia, España. Revista Quebracho, (12): 11-22.
- Vargas, J.O. 1987. Manual del técnico forestal. Anatomía y tecnología de la madera. Universidad Mayor de San Simón. Escuela Técnica Superior Forestal. Misión Forestal Alemana. Cochabamba. 119 p.

VIII. ANEXOS

ANEXO 1 FACTOR DE FORMA DE LOS INDIVIDUOS ANALIZADOS.

N°	V real(m ³)	V. Cilin.(m ³)	<i>f</i>
1	1,169	1,293	0,9036
2	1,166	1,707	0,6827
3	2,583	3,450	0,7486
4	2,374	2,969	0,7997
5	1,180	1,540	0,7660
6	3,269	4,533	0,7211
7	0,510	0,673	0,7575
8	4,248	5,388	0,7884
9	7,121	10,549	0,6750
10	2,826	3,167	0,8921
11	8,040	11,718	0,6861
12	9,773	14,208	0,6878
13	6,912	9,421	0,7337
14	2,173	3,068	0,7084
15	4,399	7,157	0,6146
16	26,478	36,023	0,7350
17	25,681	29,268	0,8775
18	6,884	11,028	0,6242
19	10,545	15,725	0,6705
20	0,245	0,281	0,8738
21	0,381	0,424	0,8978
22	1,099	1,431	0,7681
23	5,959	6,731	0,8853
24	13,871	18,270	0,7592
25	7,459	11,359	0,6566
26	4,901	9,591	0,5110
27	16,606	19,873	0,8356
28	0,340	0,424	0,8005
29	5,513	8,777	0,6282
30	0,737	0,764	0,9641
31	0,346	0,487	0,7105
32	0,164	0,215	0,7662
33	0,254	0,267	0,9499
34	3,193	4,434	0,7201
35	7,034	9,333	0,7537

N°	V real(m ³)	V. Cilin.(m ³)	<i>f</i>
36	3,135	4,176	0,7506
37	0,723	0,968	0,7469
38	2,091	2,886	0,7245
39	12,385	21,730	0,5700
40	2,611	3,250	0,8033
41	14,147	15,623	0,9055
42	16,528	25,612	0,6453
43	15,808	24,881	0,6353
44	8,855	13,352	0,6632
45	5,112	8,130	0,6288
46	18,919	19,852	0,9530
47	0,765	1,014	0,7536
48	19,080	19,880	0,9597
49	5,248	6,351	0,8263
50	25,430	31,555	0,8059
51	31,805	40,746	0,7806
52	13,629	17,249	0,7902
53	10,976	12,566	0,8734
54	1,114	1,461	0,7621
55	8,197	11,106	0,7381
56	2,875	3,558	0,8083
57	26,521	39,006	0,6799
58	7,445	11,222	0,6634
59	2,173	2,851	0,7621
60	9,076	10,490	0,8652
61	10,590	14,492	0,7308
62	6,935	7,993	0,8677
63	9,272	13,113	0,7071
64	3,320	4,977	0,6671
65	5,976	8,954	0,6675
66	3,006	4,021	0,7475
67	0,624	0,770	0,8109
68	12,842	19,450	0,6602
69	8,688	9,916	0,8762
70	20,421	27,314	0,7476

Continuación

N°	V real(m ³)	V. Cilin.(m ³)	<i>f</i>
71	20,794	28,479	0,7302
72	10,376	14,053	0,7383
73	0,983	1,166	0,8429
74	0,256	0,294	0,8709
75	1,928	2,796	0,6898
76	1,722	2,359	0,7301
77	11,781	15,979	0,7373
78	11,216	16,099	0,6967
79	0,917	1,858	0,4934
80	1,415	1,848	0,7657
81	2,729	3,888	0,7020
82	0,244	0,231	1,0534
83	0,155	0,212	0,7302
84	27,854	36,288	0,7676
85	8,273	12,616	0,6558
86	5,075	6,212	0,8170
87	13,762	26,341	0,5224
88	28,682	42,559	0,6739
89	9,888	12,321	0,8025
90	8,879	12,137	0,7316
91	11,924	18,907	0,6307
92	25,386	35,838	0,7084
93	23,144	33,674	0,6873
94	18,111	21,723	0,8337

N°	V real(m ³)	V. Cilin.(m ³)	<i>f</i>
95	32,415	44,461	0,7291
96	10,493	13,237	0,7927
97	12,125	14,883	0,8147
98	22,333	35,434	0,6303
99	8,032	10,640	0,7549
100	3,417	4,433	0,7707
101	9,111	14,199	0,6416
102	1,380	1,803	0,7653
103	17,141	27,062	0,6334
104	2,812	3,794	0,7413
105	18,214	24,127	0,7549
106	8,186	12,077	0,6778
107	3,067	3,594	0,8533
108	2,467	3,450	0,7152
109	7,778	11,404	0,6821
110	17,787	24,770	0,7181
111	5,059	6,504	0,7779
112	1,188	2,419	0,4910
113	1,614	2,096	0,7700
114	1,325	1,832	0,7233
115	1,674	2,376	0,7043
116	1,402	3,763	0,3727
117	4,368	6,335	0,6895

ANEXO 2
VOLÚMENES INDIVIDUALES (M³)

N°	Dap (D)	Altura (H)	Vol.Tot(m ³)		N°	Dap (D)	Altura (H)	Vol.Tot(m ³)
1	0,485	7	1,168528348		41	0,66	9,5	14,1467866
2	0,455	10,5	1,165551578		42	1,115	16	16,52756283
3	1,38	22,5	2,582899528		43	1,54	13,75	15,80841308
4	0,68	9,5	2,374110802		44	1,2	22	8,855152985
5	0,6	10,5	1,179696755		45	1	17	5,111970532
6	0,4175	11,25	3,268712472		46	0,91	12,5	18,91867038
7	0,66	13,25	0,510181727		47	1,185	18	0,764523516
8	0,35	7	4,247892657		48	0,415	7,5	19,08021538
9	0,7	14	7,120819773		49	1,125	20	5,247957633
10	1,105	11	2,825730651		50	0,76	14	25,43047631
11	0,71	17	8,039899954		51	1,61	15,5	31,80519024
12	0,93	17,25	9,772654013		52	1,925	14	13,62935404
13	1,0025	18	6,911953934		53	1,21	15	10,97575024
14	0,84	17	2,173275431		54	1	16	1,113701004
15	0,625	10	4,398783222		55	0,49	7,75	8,19668309
16	0,9	11,25	26,47836397		56	1,005	14	2,875480337
17	1,81	14	25,68083813		57	1,89	13	26,52107224
18	1,365	20	6,883586022		58	0,73	8,5	7,444957345
19	1,105	11,5	10,54459583		59	1,79	15,5	2,172748124
20	1,415	10	0,245439218		60	0,945	16	9,076345509
21	0,255	5,5	0,380750262		61	0,55	12	10,59016138
22	0,3	6	1,099404577		62	1,055	12	6,935081912
23	0,54	6,25	5,958640936		63	1,24	12	9,27164473
24	1,035	8	13,87123415		64	1,035	9,5	3,320443212
25	1,325	13,25	7,458753586		65	1,055	15	5,976315354
26	0,825	21,25	4,901164723		66	0,65	15	3,006025146
27	0,96	13,25	16,60591748		67	0,955	11,5	0,624162902
28	1,22	17	0,339507558		68	0,64	12,5	12,84171142
29	0,3	6	5,513234		69	0,35	8	8,688416162
30	0,965	12	0,736795521		70	1,33	14	20,42075447
31	0,465	4,5	0,345772227		71	1,005	12,5	20,79386316
32	0,27	8,5	0,16439054		72	1,39	18	10,37585325
33	0,205	6,5	0,253898958		73	1,4	18,5	0,983178937
34	0,275	4,5	3,192758732		74	1,41	9	0,256079486
35	0,635	14	7,033828379		75	0,445	7,5	1,928439989
36	0,975	12,5	3,134901888		76	0,24	6,5	1,722186341
37	0,68	11,5	0,722729252		77	0,74	6,5	11,78116886
38	0,37	9	2,091073811		78	0,655	7	11,21632452
39	0,7	7,5	12,38531032		79	1,36	11	0,916638929
40	1,315	16	2,610982349		80	1,21	14	1,415201645

Continuación

N°	Dap (D)	Altura (H)	Vol.Tot(m ³)
81	0,435	12,5	2,729189852
82	0,41	14	0,24381074
83	2,25	16	0,154916775
84	0,6	13,75	27,85447638
85	0,195	7,75	8,273288751
86	0,18375	8	5,075218092
87	1,85	13,5	13,76156631
88	0,965	17,25	28,68157698
89	0,78	13	9,88832521
90	1,365	18	8,879386609
91	2,125	12	11,92404404
92	1,078	13,5	25,3860915
93	1,015	15	23,14355974
94	1,2265625	16	18,11075643
95	1,95	12	32,41476764
96	1,75	14	10,492506
97	1,4875	12,5	12,12478028
98	1,7734375	18	22.33337439
99	1,06	15	8.031558691
100	1,3125	11	3.416847234
101	1,828125	13,5	9,110857396
102	1,0625	12	1,379645789
103	0,84	8	17,14069347
104	1,08	15,5	2,812222139
105	0,505	9	18,21379416
106	1,4375	16	8,18587752
107	0,695	10	3,066772242
108	1,6	12	2,467384599
109	1,0125	15	7,778159813
110	0,75625	8	17,78748456
111	0,605	12	5,059463965
112	1,1	12	1,187720414
113	1,45	15	1,613811879
114	0,91875	10	1,325219349
115	0,555	10	1,673642117
116	0,53	9,5	1,402429384
117	0,54		4,36810592

Suma	1062,97
Promedio	8,86
Mínimo	0,155
Máximo	32,41

ANEXO 3
COCIENTES DE FORMA Q_5 Y Q_{PC}

N°	q_5	q_{pc}	q_5q_{pc}
1	0,90	0,92	0,83
2	0,84	0,70	0,59
3	0,88	0,59	0,52
4	0,84	0,76	0,64
5	0,88	0,80	0,70
6	0,88	0,70	0,62
7	0,87	0,70	0,61
8	0,79	0,73	0,58
9	0,90	0,79	0,71
10	0,80	0,69	0,55
11	0,88	0,90	0,79
12	0,87	0,68	0,59
13	0,91	0,64	0,58
14	0,90	0,73	0,66
15	0,82	0,68	0,56
16	0,79	0,67	0,53
17	0,90	0,67	0,60
18	1,02	0,77	0,78
19	0,79	0,67	0,52
20	0,76	0,67	0,51
21	0,81	0,81	0,65
22	0,90	0,85	0,77
23	0,76	0,75	0,57
24	0,94	0,82	0,76
25	0,89	0,75	0,67
26	0,87	0,67	0,58
27	0,69	0,55	0,38
28	0,99	0,71	0,71
29	0,77	0,75	0,58
30	0,77	0,63	0,49
31	0,83	0,83	0,69
32	0,79	0,67	0,53
33	0,76	0,67	0,51
34	0,91	0,91	0,83
35	0,87	0,72	0,63
36	0,86	0,78	0,68
37	0,88	0,71	0,62
38	0,83	0,71	0,59
39	0,78	0,70	0,54
40	0,80	0,54	0,43

N°	q_5	q_{pc}	q_5q_{pc}
41	0,95	0,64	0,61
42	1,03	0,77	0,79
43	0,83	0,64	0,53
44	0,90	0,59	0,53
45	0,86	0,65	0,56
46	0,81	0,62	0,50
47	1,07	0,83	0,89
48	0,81	0,75	0,61
49	1,10	0,79	0,87
50	0,95	0,79	0,75
51	0,97	0,80	0,77
52	0,92	0,75	0,69
53	0,94	0,64	0,60
54	1,03	0,69	0,72
55	0,84	0,75	0,63
56	0,90	0,72	0,64
57	0,93	0,76	0,71
58	0,86	0,77	0,66
59	0,89	0,70	0,62
60	0,88	0,61	0,54
61	0,91	0,70	0,63
62	0,94	0,87	0,82
63	0,89	0,68	0,60
64	0,89	0,77	0,69
65	0,88	0,62	0,55
66	0,86	0,63	0,54
67	0,88	0,72	0,64
68	0,87	0,74	0,65
69	0,86	0,80	0,69
70	0,84	0,63	0,53
71	0,96	0,80	0,77
72	0,91	0,71	0,65
73	0,93	0,70	0,65
74	0,84	0,65	0,55
75	0,88	0,76	0,67
76	0,89	0,73	0,65
77	0,73	0,68	0,50
78	0,77	0,73	0,56
79	0,82	0,71	0,58
80	0,87	0,61	0,53

N°	q_5	q_{pc}	q_5q_{pc}
81	0,65	0,59	0,39
82	0,90	0,73	0,66
83	0,66	0,54	0,35
84	0,87	0,75	0,65
85	0,92	0,67	0,62
86	0,76	0,60	0,46
87	0,91	0,72	0,65
88	0,85	0,67	0,57
89	0,94	0,79	0,74
90	0,77	0,56	0,43
91	0,80	0,68	0,55
92	0,93	0,77	0,72
93	0,89	0,66	0,59
94	0,85	0,58	0,49
95	0,82	0,72	0,59
96	0,85	0,68	0,57
97	0,93	0,78	0,73
98	0,88	0,74	0,65
99	0,91	0,77	0,69
100	0,95	0,74	0,70
101	0,82	0,61	0,50
102	0,87	0,72	0,63
103	0,84	0,78	0,66
104	0,83	0,65	0,54
105	0,85	0,75	0,64
106	0,85	0,66	0,56
107	0,86	0,70	0,61
108	0,86	0,77	0,66
109	0,87	0,62	0,54
110	0,89	0,79	0,70
111	0,84	0,71	0,60
112	0,82	0,69	0,57
113	0,88	0,69	0,60
114	0,87	0,71	0,62
115	0,72	0,54	0,39
116	0,84	0,77	0,65
117	0,80	0,75	0,60
118	0,72	0,72	0,52
119	0,58	0,44	0,25
120	0,89	0,65	0,58

ANEXO 4

ANÁLISIS DE VARIANZA DE LA ECUACIÓN SELECCIONADA OBTENIDOS POR SAS

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of		F Value	Pr > F
		Squares	Mean Square		
Model	4	0,00000392	9,794245E-7	3809,75	<.0001
Error	112	2,879341E-8	2,57084E-10		
Corrected Total	116	0.00000395			

Root MSE	0.00001603	R-Square	0.9927
Dependent Mean	0.39856	Adj R-Sq	0.9924
Coeff Var	0.00402		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter		t Value	Pr > t
		Estimate	Standard Error		
Intercept	1	0.16073	0.03341	4.81	<.0001
d	1	-0.01130	0.00220	-5.13	<.0001
dh	1	0.00039772	0.00014531	2.74	0.0072
d2	1	0.00022887	0.00003129	7.31	<.0001
d2hq5qpc	1	0.00006968	0.00000298	23.38	<.0001

ANEXO 5

ANÁLISIS DE VARIANZA DE LA ECUACIÓN ALTERNATIVA OBTENIDOS POR SAS

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of		F Value	Pr > F
		Squares	Mean Square		
Model	1	385.12979	385.12979	4652.62	<.0001
Error	115	9.51935	0.08278		
Corrected Total	116	394.64914			

Root MSE	0.28771	R-Square	0.9759
Dependent Mean	0.39856	Adj R-Sq	0.9757
Coeff Var	72.18796		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter		t Value	Pr > t
		Estimate	Standard Error		
Intercept	1	0.03504	0.01336	2.62	0.0099
d2h	1	0.56443	0.00827	68.21	<.0001